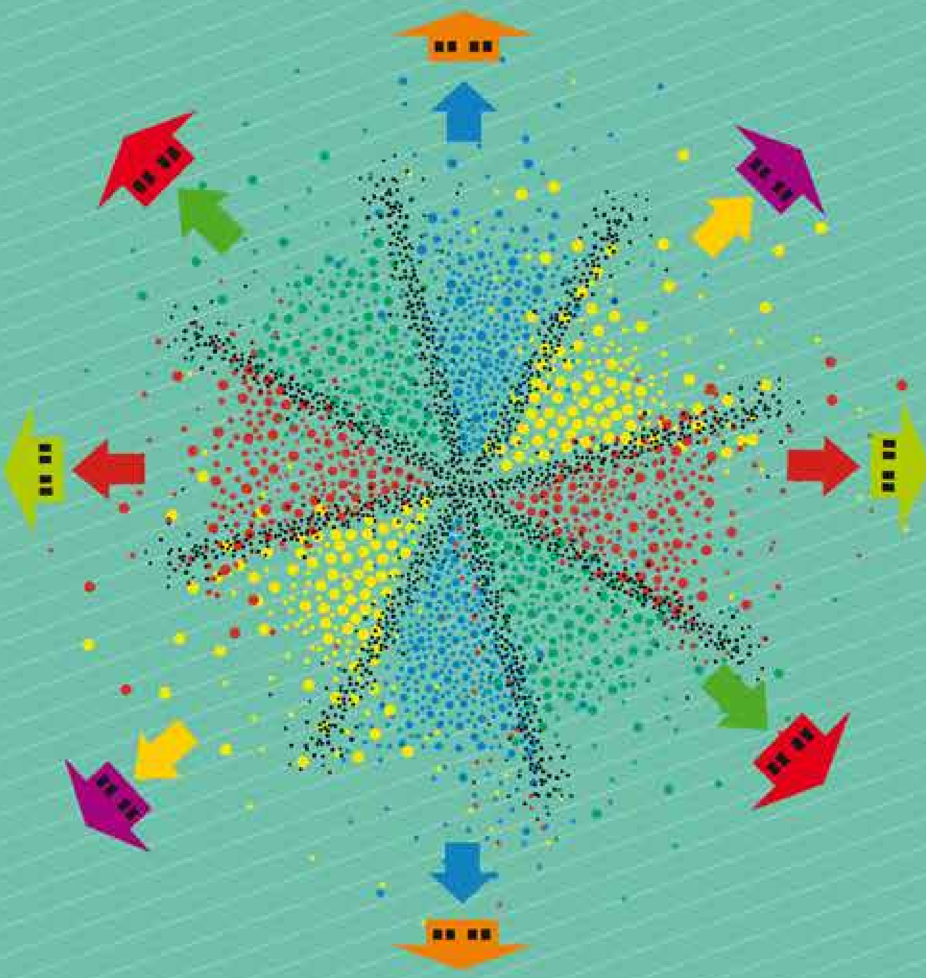
Parâmetros
para a Educação Básica do Estado de Pernambuco



Parâmetros Curriculares de Matemática
Educação de Jovens e Adultos

UNDIME PE

Secretaria de Educação

PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco

Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco

Parâmetros Curriculares de Matemática

Educação de Jovens e Adultos[1]

1 É importante pontuar que, para todos os fins, este documento considera a educação de idosos como parte integrante da EJA. Apenas não se agrega a palavra Idosos à Educação de Jovens e Adultos porque a legislação vigente ainda não contempla essa demanda que, no entanto, conta com o apoio dos educadores e estudantes da EJA.

2012

PERNAMBUCO
GOVERNO DO ESTADO

Eduardo Campos
Governador do Estado

João Lyra Neto
Vice–Governador

Anderson Gomes
Secretário de Educação

Ana Selva
Secretária Executiva de Desenvolvimento da Educação

Margareth Zaponi
Secretária Executiva de Gestão de Rede

Paulo Dutra
Secretário Executivo de Educação Profissional

UNDIME PE
União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação

Undime | PE
M ª do Socorro Maia
Presidente Estadual

GERÊNCIAS DA SEDE

Shirley Malta
Gerente de Políticas Educacionais
de Educação Infantil e Ensino Fundamental

Marta Lima
Gerente de Políticas Educacionais
em Direitos Humanos, Diversidade e Cidadania

Raquel Queiroz
Gerente de Políticas Educacionais
do Ensino Médio

Cláudia Abreu
Gerente de Educação de Jovens e Adultos

Cláudia Gomes
Gerente Geral de Correção
de Fluxo Escolar

Vicência Torres
Gerente de Normatização
do Ensino

Albanize Gomes
Gerente de Políticas Educacionais
de Educação Especial

Epifânia Valença
Gerente de Avaliação e Monitoramento

GERÊNCIAS REGIONAIS DE EDUCAÇÃO

Antonio Fernando Santos Silva
Gestor GRE Agreste Centro Norte – Caruaru

Paulo Manoel Lins
Gestor GRE Agreste Meridional – Garanhuns

Sinésio Monteiro de Melo Filho
Gestor GRE Metropolitana Norte

Maria Cleide Gualter Alencar Arraes
Gestora GRE Sertão do Araripe – Araripina

Cecília Maria Patriota
Gestora GRE Sertão do Alto Pajeú
Afogados da Ingazeira

Anete Ferraz de Lima Freire
Gestora GRE Sertão Médio São Francisco

Ana Maria Xavier de Melo Santos
Gestora GRE Mata Centro – Vitória de Santo Antão

Luciana Anacleto Silva
Gestora GRE Mata Norte – Nazaré da Mata

Sandra Valéria Cavalcanti
Gestora GRE Mata Sul – Palmares

Gilvani Pilé
Gestora GRE Recife Norte

Marta Maria de Lira
Gestora GRE Recife Sul

Danielle de Freitas Bezerra Fernandes
Gestora GRE Metropolitana Sul

Elma dos Santos Rodrigues
Gestora GRE Sertão do Moxotó Ipanema – Arcoverde

Mª Dilma Marques Torres Novaes Goiana
Gestora GRE Sertão do Submédio São Fran-
cisco – Floresta

Edjane Ribeiro dos Santos
Gestora GRE Vale do Capibaribe – Limoeiro

Waldemar Alves da Silva Júnior
Gestor GRE Sertão Central – Salgueiro

Jorge de Lima Beltrão
Gestor GRE Litoral Sul – Barreiros

CONSULTORES EM MATEMÁTICA

Abraão Juvencio de Araujo
Antônio José Barboza dos Santos
Carlos Eduardo Ferreira Monteiro
Cristiane de Arimatéa Rocha
Jorge Henrique Duarte
José Ivanildo Felisberto de Carvalho
Lázaro Laureano dos Santos
Lúcia de Fátima Durão Ferreira
Maria José Gomes
Marilene Rosa dos Santos
Monica Maria Campelo de Melo
Regina Celi de Melo André
Rogério da Silva Ignácio
Ross Alves do Nascimento

Faculdade de Educação

Reitor da Universidade Federal de Juiz de Fora
Henrique Duque de Miranda Chaves Filho

Coordenação Geral do CAEd
Lina Kátia Mesquita Oliveira

Coordenação Técnica do Projeto
Manuel Fernando Palácios da Cunha Melo

Coordenação de Análises e Publicações
Wagner Silveira Rezende

Coordenação de Produção Visual
Hamilton Ferreira

EQUIPE TÉCNICA

Coordenação Pedagógica Geral
Maria José Vieira Féres

Coordenação de Planejamento e Logística
Gilson Bretas

Organização
Maria Umbelina Caiafa Salgado

Assessoria Pedagógica
Ana Lúcia Amaral

Assessoria Pedagógica
Maria Adélia Nunes Figueiredo

Diagramação
Luiza Sarrapio

Responsável pelo Projeto Gráfico
Rômulo Oliveira de Farias

Capa
Edna Rezende S. de Alcântara

Revisão
Adriana de Lourdes Ferreira de Andrade
Aline Gruppi Lanini
Carolina Pires Araújo
Luciana Netto de Sales

Especialistas em Matemática/EJA
Adriana Lenira Fornari de Souza
Glauco Aguiar
Janayna Cavalcante
Marcelo Câmara
Maria Isabel Ramalho Ortigão
Zélia Granja Porto

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Em todos os países as relações entre desenvolvimento socioeconômico e cultural e melhoria da educação básica são cada vez mais evidentes. A escola, em todos os níveis, não pode concentrar-se apenas em transmitir fatos ou informações. Ela precisa ir além e ensinar a pensar, raciocinar, criticar, decidir e inovar. Educar significa, também, elevar a consciência do estudante sobre sua situação pessoal, cultural e social. Significa, ainda, construir, com os alunos, competências básicas, o que requer uma reflexão pormenorizada sobre os conhecimentos envolvidos nessa construção.

No caso específico do ensino da Matemática, é fundamental que se reflita não apenas sobre os conteúdos a serem ensinados, mas também sobre as expectativas de aprendizagem, ou seja, o que se espera que o estudante aprenda. Isso é necessário para o acompanhamento do processo de ensino e aprendizagem, garantindo-se o sucesso do mesmo.

Neste documento, a expressão "conteúdos matemáticos" refere-se a situações, conceitos, representações e procedimentos matemáticos, e o termo expectativa é tomado em seu sentido etimológico de "espera", "esperança". Daí o significado que vamos adotar em nosso texto, ou seja, expectativa de aprendizagem é aquilo que "esperamos que nosso estudante aprenda", que desejamos que ele aprenda. As expectativas de aprendizagem explicitam aquele mínimo que o estudante deve aprender para desenvolver as competências básicas na disciplina. Em outras palavras, elas descrevem o "piso" de aprendizagens, e não o "teto".

Dependendo das condições de cada sala de aula, elas podem ser ampliadas e/ou aprofundadas.

Evidentemente, como estamos no contexto da escola, a aprendizagem está, por definição, ligada à ideia de ensino; trata-se, em nosso caso, de um binômio indissociável.

É importante que, ao ensinar Matemática, o professor não isole os conteúdos em blocos estanques e autossuficientes e leve em conta que a aprendizagem é mais eficiente quando os conteúdos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. Estudos têm demonstrado que, para grande parte dos conceitos e procedimentos trabalhados na escola, a aprendizagem não se realiza em um único período, nem em um período muito limitado de tempo. Este ponto de vista tem levado algumas instituições escolares à adoção de ciclos mais extensos de aprendizagem. Com base em um ponto de vista análogo, optou-se, neste documento, por apresentar os conteúdos da Educação de Jovens e Adultos em três grandes etapas de escolaridade: anos iniciais do Ensino Fundamental (Fases 1 e 2); anos finais do Ensino Fundamental (Fases 3 e 4); e Ensino Médio (Módulos 1, 2 e 3).

Atualmente, outra questão que não pode ser negligenciada, ao se estabelecerem expectativas de aprendizagem, é sua articulação com os diferentes sistemas de avaliação educacional em larga escala. Dessa forma, o presente documento contempla as atuais Matrizes de Referência de avaliação do Saeb, do Saepe, do Enem e do Encceja, além do programa para o vestibular da Universidade de Pernambuco (UPE).

Os textos teóricos e as expectativas de aprendizagem apresentadas neste documento se fundamentam na Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (BCC-PE, Secretaria de Educação de Pernambuco, 2008). Muitos trechos foram importados diretamente desses documentos, que devem ser retomados pelo professor.

É importante, também, que outros documentos sejam considerados pelo professor ao planejar a sua atividade docente, tais como as Diretrizes Curriculares para as diferentes modalidades e etapas de ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio etc.

2. O ESTATUTO DA MATEMÁTICA E SEU PAPEL NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Hoje em dia, é inegável a importância da Matemática na formação humana, em especial, por vivermos em uma sociedade cada vez mais permeada pela Ciência e pela Tecnologia. Diversas profissões, das mais simples às mais complexas, exigem conhecimentos matemáticos e competências básicas para lidar com esses conhecimentos. Além disso, somos chamados a emitir opinião sobre fatos para cuja compreensão se necessita, cada vez mais, de habilidades e conhecimentos matemáticos, tais como compreensão de gráficos, capacidade de efetuar estimativas, capacidade de organizar o pensamento e tomar decisões conscientes etc.

As atividades matemáticas estiveram, em todas as épocas, entre as formas de interação do ser humano com o mundo físico, social e cultural, em intensidade e diversidade crescentes com a evolução histórica. No mundo atual, podem ser observadas atividades matemáticas nas mais diversas culturas, como respostas a um amplo leque de demandas. As mais elementares ações cotidianas requerem competências matemáticas, que se tornam mais complexas na medida em que as interações sociais e as relações de produção e de troca de bens e serviços vão sendo diversificadas e intensificadas. As mudanças no mundo do trabalho têm sido rápidas e profundas, exigindo capacidade de adaptação a novos processos de produção e de comunicação. Na sociedade de hoje, permeada por tecnologias de base científica e por crescente acúmulo e troca de informação, é consenso reconhecer que as competências matemáticas tornaram-se um imperativo.

As atividades matemáticas, movidas pela necessidade do homem de organizar e ampliar seu conhecimento e pela sua capacidade de intervenção sobre os fenômenos que o cercam, geraram, ao longo da evolução histórica, um corpo de saber – a Matemática, que é um campo científico, extenso, diversificado e em permanente evolução. Portanto, não é um repertório de conhecimentos antigos e petrificados, como erroneamente, imaginam muitos segmentos da sociedade.

A Matemática pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos nas mais diversas áreas. Tais modelos são construções abstratas que constituem instrumentos para a compreensão desses fenômenos. Modelos matemáticos incluem conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e representações simbólicas que, em um processo contínuo, passam de instrumento na resolução de uma classe de problemas a objeto próprio de conhecimento.

Assim, aprofundar o conhecimento sobre os modelos matemáticos fortalece a contribuição da Matemática para outras áreas do conhecimento. No sentido oposto, buscar questões em outros campos do conhecimento promove o desenvolvimento de novos modelos matemáticos.

Modelos matemáticos são construídos com vários graus de abrangência e de sistematização. Nos estágios mais simples, por exemplo, quando uma caixa de papelão, que é um objeto do mundo físico, é associada à figura geométrica definida abstratamente como um paralelepípedo retângulo, o que se faz é formular um modelo matemático para essa caixa. Analogamente, funções lineares, quadráticas, exponenciais e trigonométricas podem ser concebidas como modelos matemáticos para fenômenos em que a variação de uma grandeza é relacionada com a variação de outra grandeza. Tais modelos particulares são, quase sempre, enfeixados em teorias matemáticas gerais que constituem modelos abstratos para amplas classes de fenômenos em vários outros campos do saber. A geometria euclidiana, a teoria das estruturas algébricas, a teoria das probabilidades são exemplos desses modelos matemáticos mais gerais.

Por outro lado, muitas vezes, parte-se de um conceito ou ente matemático e procura-se no mundo físico um fenômeno ou objeto que o represente. Neste caso, tal objeto ou fenômeno é chamado **modelo concreto** do ente matemático. Assim, uma caixa de papelão pode ser um modelo concreto da figura geométrica definida como paralelepípedo retângulo. Há, atualmente, uma diversidade de **materiais** de uso frequente, como recurso didático, no ensino da Matemática, que podem ser compreendidos como modelos concretos. Em muitos casos, tais materiais prestam-se a atividades de construção e manuseio por parte dos alunos, e são, por vezes, denominados materiais de manipulação. Dentre estes materiais, não podemos deixar de citar os desenhos como importantes modelos concretos de entes matemáticos, que cumprem papel fundamental nas atividades que envolvem visualização.

Outra característica importante do conhecimento matemático está relacionada a sua metodologia de validação. Os seres humanos recorreram, nas práticas matemáticas, a diversos métodos para validar e organizar o conhecimento nesse campo do saber. Dentre esses, o método axiomático-dedutivo, que, a partir da civilização grega, passou a predominar na Matemática e assumiu a primazia como o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático. Os conceitos de axioma, definição, teorema, demonstração são centrais nesse método e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática.

No entanto, duas ressalvas se impõem em relação ao método axiomático-dedutivo. Primeiramente, o próprio conceito de rigor lógico a ser atingido nas demonstrações mudou, no decorrer da história, mesmo no âmbito da comunidade matemática. Em segundo lugar, trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na verdade, a construção efetiva desse conhecimento implica o uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos plausíveis, de conjecturas, tentativas, verificações empíricas, enfim, recorre a uma variedade complexa de outros procedimentos.

Assim, é indispensável que, gradualmente, se estabeleça a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação. Em particular, é fundamental que se compreenda a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas.

O acervo acumulado do conhecimento matemático, a partir de certo ponto de sua evolução, tem sido organizado em disciplinas e subdisciplinas, tais como aritmética, álgebra, geometria, estatística, probabilidade, entre outras. Entretanto, a Matemática não deve ser encarada como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como um campo em que os conhecimentos são fortemente articulados entre si. O conceito de número e as operações numéricas, por exemplo, permeiam todas as áreas da Matemática. A resolução de equações algébricas repousa em propriedades dos sistemas numéricos, a medição de grandezas geométricas esteve sempre associada à produção de números, que estão, também, na base da estatística e da probabilidade.

A Matemática comporta uma diversidade de formas simbólicas, presentes em seu corpo de conhecimento. Língua natural, linguagem simbólica, desenhos, gráficos, tabelas, diagramas, ícones, entre outros, desempenham papel central, não só para representar os conceitos, relações e procedimentos, como também para a própria formação deles. Por exemplo, um mesmo número racional pode ser representado por diferentes símbolos tais como $\frac{1}{4}$, 0,25, 25%, ou pela área de uma região plana ou, ainda, pela expressão "um quarto". Uma função pode ser representada, entre outras possibilidades, por uma tabela, por um gráfico cartesiano ou por símbolos matemáticos.

Para além das características da ciência Matemática e de seu estatuto epistemológico, a Matemática desempenha importante papel no mundo de hoje. A convivência na sociedade atual, cada vez mais complexa, tem sido marcada por graves tensões sociais, geradas por persistentes desigualdades no acesso a bens e serviços e às esferas de decisão política. Tem sido marcada, também, por uma supervalorização das ideias de mercado e de consumo. Além disso, ainda prevalece no mundo uma ordem social contrária aos princípios da solidariedade, da igualdade de oportunidades para todos; contrária, ainda, ao estabelecimento de vínculos sociais e à constituição da cidadania plena.

Na superação desse quadro indesejável, múltiplos papéis podem ser atribuídos ao ensino de Matemática, independentemente da modalidade ou etapa de educação. Dois deles são mencionados a seguir.

Em primeiro lugar, deve-se defender um ensino que reconheça e valorize saberes e práticas matemáticas dos cidadãos e das comunidades locais – que são competências prévias relativamente eficientes – mas não deve se abdicar do saber matemático mais universal.

Em segundo lugar, é preciso desenvolver competências e habilidades matemáticas que contribuam mais diretamente para auxiliar o cidadão a ter uma visão crítica da sociedade em que vive e a lidar com as formas usuais de representar indicadores numéricos de fenômenos econômicos, sociais e físicos, entre outros.

Como afirmado anteriormente, construir um currículo implica fazer escolhas que promovam no sujeito as condições para que ele possa interpretar sua realidade e intervir nela. Para tanto, é necessário romper com um ensino de Matemática marcado pela concepção de que a aprendizagem de conteúdos matemáticos leva, de forma automática, à construção de competências. Pela simples observação da realidade, não é difícil reconhecer o fracasso desse modelo. Por outro lado, é preciso reconhecer que a construção de competências não prescinde da construção de saberes, pois são exatamente tais saberes que estão na base das competências. O trabalho com os saberes, no entanto, deve ser orientado para as competências que se deseja que o estudante construa, o que nos leva à necessidade de estabelecer as expectativas de aprendizagem.

3. A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Durante muito tempo, pensou-se o ensino para o segmento de Jovens e Adultos como uma tentativa de repetir o trabalho realizado no ensino regular. Imaginava-se a cabeça do adulto como um balde que não havia sido cheio de conhecimentos matemáticos e deveria apropriar-se, agora, desses conhecimentos.

Hoje, felizmente, essa concepção vem sendo abandonada. De fato, o estudante da Educação de Jovens Adultos (EJA) não é mais considerado como uma "criança crescida". A quase totalidade desse grupo está inserida no mundo do trabalho, com responsabilidades domésticas, e são sujeitos que buscam essa modalidade de ensino como um meio de melhorar sua condição de vida.

Por isso, diferentemente do que se pensa sobre crianças em fase de aprendizagem, esses sujeitos chegam à escola com uma bagagem muito grande de conhecimentos matemáticos, pois são exatamente eles que lhes permitem desempenhar suas atividades profissionais e domésticas no dia a dia.

Mas se esse jovem/adulto já possui esse tão vasto conjunto de conhecimentos matemáticos, então para que ele deveria voltar à escola? Se a Matemática pessoal que ele desenvolveu lhe permite resolver seus problemas, por que ele deveria aprender mais Matemática?

Para compreender essa questão, é preciso recuperar o modo como o conhecimento matemático é construído em seu processo histórico. É consenso que a elaboração desse conhecimento tem como ponto de partida os problemas, contextualizados, que surgem em nossas práticas sociais cotidianas. Na tentativa de resolver esses problemas, o sujeito elabora conhecimentos. Entretanto, é preciso que esses conhecimentos sejam "desligados" do problema que lhes deu origem, para que possam ser mobilizados em uma gama maior de situações; é o que chamamos de descontextualização do conhecimento. Caso isso não aconteça, o conhecimento construído ficará restrito àquele problema particular.

É o caso de conhecimentos construídos pelo estudante da EJA, ao longo da vida. Em suas práticas cotidianas, ele constrói conhecimentos que lhe permitem resolver problemas específicos. Mas, como esse conhecimento ainda é personalizado, ligado fortemente àquele problema específico, o sujeito se vê impossibilitado de resolver outros problemas pela mobilização do conhecimento já elaborado. Por exemplo, um pedreiro pode saber determinar o volume de concreto necessário para determinada viga, mas pode ficar sem ação no momento de calcular o volume de concreto de uma viga diferente daquelas a que está acostumado.

Podemos dizer, então, que o papel da Matemática na Educação de Jovens e Adultos seria permitir aos sujeitos dessa modalidade de ensino a "despersonalização" de seus conhecimentos, para que possam enfrentar desafios cada vez mais amplos. De forma paradoxal, podemos dizer que, nessa modalidade de ensino, não devemos "ensinar" nada, mas sim permitir que o estudante transforme seus conhecimentos em ferramentas úteis para a elaboração de novos conhecimentos.

Por isso, o estudante de EJA não deve ser visto como um sujeito que chega à escola com a cabeça vazia, cabendo ao professor enchê-la de conceitos. Ao contrário, é preciso reconhecer seus conhecimentos prévios, que são ligados intimamente ao sujeito e a problemas específicos, e criar situações para que ele consiga despersonalizá-los. Ou seja, nessa modalidade de ensino, o ponto de partida deve ser, sempre, os conhecimentos que o estudante traz para a sala de aula, conhecimentos estáveis e que apresentam sentido para ele. Tal ação pedagógica pode até mesmo motivar a sua permanência na escola. O ensino sistemático do conhecimento formalizado, muitas vezes sem significado para o estudante, costuma levar ao fracasso na aprendizagem, na medida em que entra em conflito com o conhecimento trazido pelo estudante de EJA.

4. A MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

4.1. ALGUMAS CONCEPÇÕES DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Refletir sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática implica estabelecer relações entre alguém que ensina (o professor), alguém que aprende (os estudantes) e o objeto de conhecimento (o saber). Nesse contexto, um primeiro questionamento que surge diz respeito ao que se concebe como ensinar e aprender. De forma resumida, podemos citar, entre outras, três grandes correntes sobre o processo de ensino e aprendizagem.

A primeira, sem dúvida a mais encontrada na maioria de nossas salas de aula, identifica o ensino como a transmissão e a aprendizagem como a recepção dos conhecimentos, definindo o professor como o transmissor e o estudante como o receptor desses conhecimentos. Nessa concepção, a aprendizagem é compreendida como acúmulo de conteúdos e o ensino se baseia, essencialmente, na "verbalização" do conhecimento, por parte do professor. Se, por um lado, o ensino segundo essa corrente teórica apresenta a vantagem de possibilitar que um grande número de estudantes receba as mensagens do professor, ao mesmo tempo, por outro, demanda alunos passivos, obedientes e dispostos a considerar a palavra do professor como a verdade estabelecida.

Uma segunda corrente, baseada nas concepções behavioristas do desenvolvimento da inteligência, concebe a aprendizagem com base na fragmentação do conhecimento. Essa ideia apoiase na identificação de objetivos de aprendizagem cada vez mais específicos, na suposição de que atingir cada um desses objetivos levaria à aquisição de conceitos subjacentes. Se essa corrente teórica, por um lado, atribui ao estudante um papel de certa forma ativo no processo de aprendizagem, pode, por outro lado, levá-lo a centrar sua atenção nos fragmentos do conhecimento, impossibilitando, muitas vezes, a aprendizagem do conceito como um todo.

Finalmente, uma terceira corrente, ainda pouco explorada em nossos sistemas de ensino, transfere para o estudante a corresponsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal nesse processo. A perspectiva sociointeracionista da aprendizagem, baseada, sobretudo, nas ideias de Vygotsky, parte do princípio de que a aprendizagem implica a construção dos conceitos pelo próprio estudante, na medida em que o aprendiz é desafiado a colocar em confronto antigas concepções e levado à elaboração dos novos conceitos pretendidos pela escola. Nesse cenário, cabe ao professor o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem o confronto de concepções, cabendo ao estudante o papel de construtor de seu próprio conhecimento.

Confrontando a primeira concepção com a terceira, pode-se dizer que a primeira se baseia no modelo DEFINIÇÃO ⇨ EXEMPLOS ⇨ EXERCÍCIOS, ou seja, a introdução de um novo conceito se daria pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como modelos, os quais os alunos iriam seguir de forma acrítica, em momentos posteriores. A cadeia se completa com a proposição dos chamados "exercícios de fixação". A terceira concepção apresenta outra lógica, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito ocorre pela apresentação de uma situação-problema ao estudante. A análise dessa situação conduz à definição, à generalização e à sistematização do conceito, que vai sendo construído ao longo do processo de aprendizagem. Por sua vez, os mesmos conceitos são retomados, posteriormente, em níveis mais complexos, de forma a levar o estudante a relacionar o que já sabia com o que virá a aprender em um novo contexto.

4.2. A MEDIAÇÃO DAS RELAÇÕES ENTRE PROFESSOR/ ESTUDANTE NA SALA DE AULA

As concepções mencionadas no tópico anterior, de certa maneira, estão na base de diferentes fenômenos que atravessam a sala de aula, influindo nas relações entre os professores e os estudantes. São eles, o contrato pedagógico e o contrato didático, bem como a transposição didática, já mencionados na Introdução deste documento.

De forma resumida, poderíamos dizer que, enquanto o contrato pedagógico se baseia no funcionamento da classe, o contrato didático tem suas cláusulas ancoradas no conhecimento que está em jogo nessa classe. Por exemplo, as regras que norteiam o trabalho com a geometria não são necessariamente as mesmas do trabalho com a álgebra.

Ancorada nas concepções de aprendizagem e fortemente articulada ao conceito de contrato didático, nasce a ideia de transposição didática, já discutida na Introdução deste documento. Lembremo-nos de que ela, por sua vez, se divide frequentemente em dois grandes momentos: a transposição didática externa e a transposição didática interna. A primeira toma como referência as transformações, inclusões e exclusões sofridas pelos objetos de conhecimento, desde o momento de sua produção até o momento em que eles chegam à porta das escolas. Atuando, de certa forma, em uma esfera exterior à escola (mas sempre como resposta a demandas dela), o produto dessa transposição didática externa se materializa, em sua maior parte, nos livros didáticos e nas orientações curriculares, como o presente documento.

A segunda – transposição didática interna – se apresenta, por sua própria natureza, no interior da escola, e, mais particularmente, em cada sala de aula. É o momento em que cada professor vai transformar os conhecimentos que lhe foram designados para ensinar em objetos de conhecimento efetivamente ensinados. As escolhas efetuadas pelo professor é que determinam, de certa maneira, a qualidade das aprendizagens realizadas pelos alunos.

Nesse processo de transposição, a temporalidade, associada à aparição dos objetos de conhecimento no cenário didático, surge como elemento importante nas aprendizagens realizadas pelos alunos. Se nos referirmos ao processo de transposição didática externa, podemos pensar que a apresentação do conhecimento que chega às escolas aparece segundo uma organização linear, regida pelo tempo legal, ou seja, aquele determinado pelos referenciais curriculares, e pelo tempo lógico, que organiza, de certa maneira, a apresentação e a articulação dos objetos de conhecimento, criando uma espécie de cadeia.

A partir do momento em que a transposição didática se torna interna, entra em ação o tempo de aprendizagem, diretamente articulado com o tempo de ensino. Diversos estudos têm mostrado que esse tempo de aprendizagem é próprio de cada estudante, caracterizando-se essencialmente pela não linearidade. Em outras palavras, trata-se de um tempo que não obedece à mesma lógica do tempo de ensino, que, normalmente, é linear.

Assim, o professor aparece como elemento importante nessa gestão do tempo em sala de aula, na medida em que lhe cabe ajustar a linearidade própria do tempo didático à não linearidade do tempo de aprendizagem do estudante. Se isso não for feito de maneira adequada, as consequências são negativas para a aprendizagem. Pode-se até mesmo afirmar que a tentativa de associar os tempos de ensino e de aprendizagem tem-se mostrado uma importante fonte do fracasso escolar (CÂMARA, 1997).

5. FAZER MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

5.1. A ESTRATÉGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um primeiro caminho para levar o estudante a "fazer" Matemática é privilegiar a resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem.

A resolução de problemas é um tema central quando se discute qualidade no ensino de Matemática. Diversos autores ressaltam a importância da estratégia de resolução de problemas na construção do conhecimento matemático e afirmam que a atividade de resolver problemas está no cerne da ciência Matemática.

Pesquisas recentes, conduzidas com base nos resultados das avaliações em larga escala, com o propósito de compreender que características do estudante e das práticas escolares estão associadas à melhoria de resultados, afirmam que, quando os professores enfatizam resolução de problemas em suas aulas de Matemática, os estudantes tendem a apresentar desempenhos melhores nesta disciplina (FRANCO, SZTAJN e ORTIGÃO, 2007; FRANCO, et al, 2007).

Nem sempre, contudo, a resolução de problemas foi utilizada como estratégia de construção do conhecimento matemático pelo estudante. Tradicionalmente, os problemas foram utilizados no ensino de Matemática de forma coerente com o paradigma educacional de anos passados, pautado pela ideia de que "aprender Matemática é resolver muitos problemas". Assim, o pressuposto da resolução de problemas é que os neurônios se assemelhariam a músculos, que seriam desenvolvidos à custa de "muita malhação" – a resolução de problemas. Na maioria dos livros didáticos dessa época, o conteúdo era apresentado aos alunos, seguido de alguns problemas resolvidos, que serviriam de modelo para os exercícios de fixação, uma bateria extremamente longa de problemas de mesma estrutura (embora bolas de gude fossem, de vez em quando, substituídas por carrinhos ou bonecas). Esse papel aparece associado ao primeiro modelo de ensino e aprendizagem de Matemática, mencionado anteriormente.

Nessa concepção era fundamental o papel do "problema fechado", que se caracteriza como um problema cujo enunciado, ou localização no desenvolvimento dos conteúdos, já identifica, para o estudante, que conteúdo deverá ser utilizado para resolvê-lo. A utilização exclusiva desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, pois o estudante sabe que está sendo trabalhado, por exemplo, o "Capítulo 3", que trata da adição. Por outro lado, no momento da avaliação, em que o assunto a que se refere o problema não aparece explicitamente, surge a conhecida pergunta: "professor, o problema é de mais ou de menos?".

A predominância desse tipo de problema, no processo de aprendizagem da Matemática, provoca a cristalização de uma forma de contrato didático que apresenta, como uma de suas regras implícitas, que o estudante não deve preocupar-se com o enunciado do problema, bastando, para resolvê-lo, identificar os números presentes e descobrir a operação que conduz ao resultado buscado. Dessa forma, uma das condições essenciais para o exercício da plena cidadania – a competência de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução –, deixa de ser desenvolvida no ensino da Matemática, gerando o que Stella Baruk[1] chama de "automáticos" (autômatos matemáticos).

Com o desenvolvimento dos novos paradigmas educacionais, as limitações da utilização privilegiada desse tipo de problema foram colocadas em evidência, surgindo, então, as ideias de "problema aberto" e "situação-problema". Apesar de apresentarem objetivos diferentes, como mostraremos mais adiante, esses dois tipos de problemas tomam por eixo central colocar o estudante, guardadas as devidas proporções, numa situação análoga àquela em que o matemático se vê ao exercer sua atividade; o estudante deve, diante desses problemas, ser capaz de realizar **tentativas**, estabelecer **hipóteses**, **testar** essas hipóteses e **validar** seus resultados, provando que são verdadeiros ou, em caso contrário, mostrando algum contraexemplo.

Assim, o problema aberto procura auxiliar o estudante na aquisição de um processo de resolução de problemas em que ele desenvolve a capacidade de realizar as quatro ações apresentadas anteriormente, ou seja, realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar resultados. A prática, em sala de aula, desse tipo de problema, acaba por transformar a própria relação entre o professor e os alunos, e entre os alunos e o conhecimento matemático, que passa a ser visto como algo provido de uma dinâmica particular, e não mais como algo que deve ser memorizado para ser aplicado nas avaliações.

Estudos têm mostrado[2] que as mudanças nas relações entre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática (professor, estudante e conhecimento), na abordagem de tal

1 Baruk (1985), em seus trabalhos, discute os efeitos do problema conhecido como "a idade do capitão", que apresenta o seguinte enunciado: "Em um barco, há 7 cabras e 5 ovelhas. Qual a idade do capitão desse barco?". Estudos mostram que a maioria dos alunos, confrontados com esse problema, efetua a multiplicação de 7 por 5, dando 35 como a idade do capitão.

2 Ver, por exemplo, Medeiros (2001)

tipo de problema, promovem relações de solidariedade entre os participantes do processo, sendo o conhecimento matemático encarado não mais como algo externo ao estudante, mas como um elemento natural de seu ambiente social.

Enquanto o problema aberto objetiva levar o estudante a uma certa postura em relação ao conhecimento matemático, a situação-problema apresenta um objetivo distinto, ou seja, levar o estudante à "construção" de um novo conhecimento matemático. De maneira bastante sintética, pode-se caracterizar uma situação-problema como uma situação geradora de um problema para cuja resolução seja necessário aquele conceito que queremos que o aluno construa (CÂMARA, 2002, p. 40).

A ideia de situação-problema pode parecer paradoxal, quando se indaga: "Como o estudante pode resolver um problema se ele não aprendeu o conteúdo necessário à sua resolução?". Mas a história da construção do conhecimento matemático mostra que esse mesmo conhecimento foi construído a partir de problemas a serem resolvidos. A ideia de resolução de problemas encontra-se na base da terceira concepção de ensino e aprendizagem de Matemática, mencionada anteriormente neste documento.

5.2. A MODELAGEM MATEMÁTICA

Em anos recentes, os estudos em Educação Matemática têm posto em evidência a ideia de **modelagem matemática**: "a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (BASSANEZI, 2002, p. 16).

A modelagem matemática pode ser entendida como um método de trabalho científico. Nessa perspectiva, há coerência desse método com os pontos de vista expostos neste documento sobre as características da Matemática como fonte de modelos para o conhecimento dos fenômenos da natureza e da cultura.

No entanto, é a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem que convém destacar, neste momento, pela estreita conexão dessa estratégia com ações envolvidas no enfoque de resolução de problemas descrito acima.

De fato, quando a modelagem matemática propõe uma situação-problema ligada ao "mundo real", com sua inerente complexidade, o estudante é chamado a mobilizar um leque variado de competências: SELECIONAR VARIÁVEIS que serão relevantes para o modelo a construir; PROBLEMATIZAR, ou seja, formular um problema teórico, na linguagem do campo matemático envolvido; FORMULAR HIPÓTESES explicativas do fenômeno em causa; RECORRER AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO ACUMULADO para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um esforço de simplificação, pelo fato de que o modelo originalmente pensado pode revelar-se matematicamente muito complexo; VALIDAR, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes, o que, quase sempre, leva à necessidade de modificação do modelo, que é essencial para revelar o aspecto dinâmico da construção do conhecimento.

Evidencia-se, além disso, que a estratégia de modelagem matemática no ensino e aprendizagem tem sido apontada como um instrumento de formação de um estudante que seja: COMPROMETIDO com problemas relevantes da natureza e da cultura de seu meio; CRÍTICO E AUTÔNOMO, na medida em que toma parte ativa na construção do modelo para a situação-problema; ENVOLVIDO COM O CONHECIMENTO MATEMÁTICO em sua dupla dimensão de instrumento de resolução de problemas e de acervo de teorias abstratas acumuladas ao longo da história; QUE 'FAZ MATEMÁTICA', com interesse e prazer.

5.3. MUDANÇAS TECNOLÓGICAS E ENSINO DA MATEMÁTICA

Já foram mencionados, neste documento, os impactos das mudanças tecnológicas sobre a configuração do mundo atual. Em particular, verifica-se que repercutiram de forma evidente, na Matemática, as novas tecnologias de armazenamento e comunicação de informações, de computação automática e de criação de "realidades virtuais". Não só a Matemática passou a ser empregada de forma mais extensiva e aprofundada, como novos campos surgiram, especialmente no âmbito das variáveis discretas, ampliando de forma impressionante o conhecimento matemático.

Em face dessas mudanças, novas ênfases no ensino e aprendizagem da Matemática tornaram-se inevitáveis e as propostas curriculares mais recentes têm incluído conteúdos de um novo bloco, denominado, em geral, de "tratamento da informação". Nesse bloco, quase sempre, são propostos conteúdos de: **estatística**, que procuram abordar questões de tratamento de dados com base em conhecimentos básicos desse campo científico; **probabilidade**, como base matemática para a estatística e como modelo teórico para os fenômenos envolvendo a ideia de acaso; **matemática do discreto**, que lida com a COMBINATÓRIA e suas ferramentas teóricas para a contagem sistemática de conjuntos discretos e com outros campos de conhecimento envolvendo estruturas de tais conjuntos, a exemplo dos GRAFOS.

Tanto o surgimento de novos conteúdos curriculares como o emprego de metodologias de ensino e aprendizagem, que recorram às novas tecnologias têm sido intensamente debatidos no campo educacional. Além disso, é extensa a literatura hoje disponível sobre esses temas. Desse debate, alguns aspectos são destacados a seguir.

Um primeiro ponto a mencionar é o papel que a calculadora e o computador desempenham para, entre outras possibilidades: facilitar os cálculos com números de ordem de grandeza elevada; armazenar, organizar e dar acesso a grande quantidade de informações (banco de dados); fornecer imagens visuais para conceitos matemáticos; permitir a criação de "micromundos" virtuais para a simulação de "experimentos matemáticos".

Apoiado no emprego dessas tecnologias, o estudante poderá ter mais oportunidade de expandir sua capacidade de resolver problemas, de fazer conjecturas, de testar um grande número de exemplos, de explorar os recursos da chamada "geometria dinâmica", em que é possível fazer variar continuamente parâmetros atrelados a figuras, operação impossível em um contexto de papel e lápis.

Entretanto, o emprego da calculadora ou do computador não deve ser encarado como limitador do desenvolvimento da competência matemática para operar com números, como tem sido entendido por muitos. Ao contrário, devem ser instrumentos de expansão dessa capacidade de calcular. A competência de efetuar as operações básicas da aritmética, com números inteiros e racionais, continua sendo necessária para a formação básica de todos os cidadãos, respeitada a complexidade dessas operações. A adoção da calculadora e do computador na escola não deve ser obstáculo para a aquisição dessa competência. Não cabe mais, no entanto, o estudante despender energia realizando imensas e repetitivas contas, com a pretensão de "fixar as regras de cálculo".

O emprego da calculadora, por outro lado, torna indispensável que o estudante desenvolva a capacidade de efetuar cálculos mentais e estimativas. O cálculo por arredondamento é uma dessas estratégias, ao lado da estimativa da ordem de grandeza dos resultados das operações. O desenvolvimento dessas capacidades vai permitir ao estudante controlar o resultado de cálculos realizados com a calculadora ou com o computador e, dessa forma, não o deixar refém desses instrumentos. Além disso, atividades com a calculadora podem auxiliar o desenvolvimento conceitual dos estudantes a partir da observação de regularidades e favorecer a comparação entre o uso de diferentes representações (SELVA e BORBA, 2010).

Além da calculadora e do computador, estão disponíveis em muitas escolas recursos de comunicação a distância, em particular, um acervo de vídeos educativos que tem sido mobilizado em várias delas.

Convém lembrar, também, que as novas tecnologias de ensino não são ferramentas que atuem por si sós e façam os estudantes aprenderem Matemática. Dessa maneira, elas não implicam a diminuição do papel do professor. Ao contrário, o planejamento didático das atividades a serem desenvolvidas assume lugar essencial entre as suas tarefas e, tendo em conta o amplo leque de possibilidades que tais tecnologias oferecem, pode-se até dizer que o papel do professor fica ampliado e se torna mais complexo.

5.4. EVOLUÇÃO HISTÓRICA DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Uma das formas mais eficazes de atribuir significado aos conceitos matemáticos é contextualizá-los em seu processo de evolução histórica.

No entanto, trazer a **história da Matemática** para a sala de aula significa mais que descrever fatos ocorridos no passado ou a atuação de personagens famosos. Em primeiro lugar, é importante que as articulações da Matemática com as necessidades humanas de cada época sejam evidenciadas. Mais importante ainda, é preciso levar em conta as contribuições do processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos para a superação das dificuldades de aprendizagem desses conteúdos em sala de aula.

A construção progressiva dos números naturais, racionais, irracionais, negativos e imaginários ao longo da história é uma fonte importante para a didática atual desses conceitos. Por exemplo, refletir sobre as dificuldades históricas da chamada "regra dos sinais", relativa à multiplicação de números negativos, e discutir a criação dos números irracionais podem contribuir bastante para o ensino desses conteúdos.

Outros exemplos em que o recurso à história pode contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática podem ser citados: os cálculos astronômicos realizados em diversas fases históricas podem ser relacionados a tópicos importantes de geometria; a discussão das Leis de Kepler e suas conexões com a geometria da elipse, o emprego do logaritmo com o advento das novas tecnologias de computação; o Princípio de Cavalieri e as questões de cálculo de volume.

5.5. OS JOGOS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

Vem de longa data o interesse pelos jogos matemáticos – ou, como dizem alguns, "Matemática recreativa" –, de tal modo que existe, hoje, uma extensa bibliografia sobre o tema e um crescente interesse dos professores em incorporá-lo à sua prática pedagógica.

No entanto, a produção a respeito desse tema mostra ser ele muito vasto para discussão neste texto. Assim, não discutiremos aqui o conceito de jogo e seu papel nas ações humanas, questão que pode ser estudada nos textos de Huizinga (1993) e Caillois (1990), duas referências clássicas e acessíveis em Língua Portuguesa.

Igualmente, não cabe tratar neste documento a teoria dos jogos, campo da Matemática que assume importância cada vez maior tanto no âmbito teórico, como nas inúmeras aplicações a outros domínios científicos.

O que se pretende nesta seção é tecer breves comentários sobre os possíveis papéis dos jogos matemáticos no ensino e aprendizagem da Matemática, defendendo o ponto de vista de que os jogos devem ser encarados como situações-problema a partir das quais podem ser tratados conceitos e relações matemáticas relevantes para o ensino básico.

A denominação genérica "jogos matemáticos" pretende englobar situações-problema de vários tipos. Entre eles podem ser citados: jogos que envolvem disputa entre duas pessoas ou entre pares, incluindo os clássicos e suas variações, tais como o xadrez, o jogo de damas, o jogo da velha e outros jogos com tabuleiro: o jogo do Nim e suas variantes e o jogo Hex[3], que têm aparecido cada vez mais nas experiências com jogos matemáticos; quebra-cabeças de montagem ou movimentação de peças, tais como o Tangram e os poliminós; os desafios, enigmas, paradoxos, formulados em linguagem do cotidiano e que requeiram raciocínio lógico para serem desvendados.

Vários aspectos têm sido apontados como pedagogicamente relevantes nas experiências com jogos na sala de aula de Matemática.

Em primeiro lugar, menciona-se a necessidade de ampliar a dimensão lúdica, importante para o desenvolvimento integral do estudante. Os jogos são, ao lado disso, um elemento que favorece a inserção do estudante em sua cultura, na medida em que a dimensão lúdica está enraizada nela. Os jogos seriam, assim, mais uma forma de exploração da realidade do estudante.

3 Mais informações sobre esses jogos podem ser encontradas na internet.

Em segundo lugar, argumenta-se que ideias e relações matemáticas importantes estão presentes numa enorme variedade de jogos e por meio deles é possível um encontro inicial e estimulante com essas ideias. Eles constituem uma forma interessante de lidar com problemas, pela possibilidade de serem propostos de modo atrativo, favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e na busca de soluções.

Além disso, a busca de estratégias para a vitória ou para solucionar um desafio inclui, via de regra, uma variedade de questões de lógica ou de Matemática – das elementares aos problemas não resolvidos por especialistas. Este fato possibilitaria a exploração de um mesmo jogo em diversos níveis, dependendo do estágio dos participantes.

Outro aspecto a ressaltar é que muitos dos jogos propiciam a integração de várias áreas da Matemática – aritmética, álgebra, geometria, combinatória etc. –, o que tem sido uma das mais ricas características dessa ciência.

Também é mencionada a compatibilidade entre o trabalho pedagógico com jogos e a metodologia de resolução de problema, anteriormente discutida neste documento. Os jogos matemáticos fornecem uma excelente oportunidade para que sejam explorados aspectos importantes dessa metodologia. Como exemplo, convém lembrar que a observação precisa dos dados, a identificação das regras, a procura de uma estratégia, o emprego de analogias, a redução a casos mais simples, a variação das regras, entre outras possibilidades, são capacidades que podem ser desenvolvidas quando se trabalha com jogos na aula de Matemática.

No âmbito pedagógico, é fundamental o aspecto interativo propiciado pela experiência com jogos matemáticos. Os estudantes não ficam na posição de meros observadores, tomando conhecimentos de novos fatos, mas se transformam em elementos ativos, na tentativa de ganhar a partida ou na busca de um caminho para a solução do problema posto a sua frente. Tal atitude é certamente muito positiva para a aprendizagem das ideias matemáticas subjacentes aos jogos. Além do mais, a vitória numa partida ou a descoberta da solução de um desafio são experiências relevantes para fortalecer a autoconfiança, tão indispensável ao processo de aprendizagem. É bom notar, em contrapartida, que as derrotas repetidas e os insucessos frequentes diante dos desafios podem levar a frustrações e reforçar a ideia de incapacidade para compreender os fatos na área da Matemática.

O caráter recreativo da experiência com jogos tem sido apontado como um dos méritos dela no sentido de tornar mais atraente a Matemática para aqueles alunos que desenvolveram reações negativas ao trabalho nesse campo. Outro mérito, ainda, seria o de contribuir para atitudes positivas de convivência, pois, nos jogos não individuais, o estudante é chamado a negociar as regras do jogo, respeitá-las, colaborar com seus parceiros de jogo, saber perder e saber ganhar.

Além disso, o uso de jogos está associado a uma mudança de postura do professor em relação ao que é ensinar Matemática. De acordo com Silva e Kodama (2004, p. 5),

> O professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, inventor, controlador e incentivador da aprendizagem, do processo de construção do saber pelo aluno, e só irá interferir, quando isso se faz necessário, através de questionamentos, por exemplo, que levem os alunos a mudanças de hipóteses, apresentando situações que forcem a reflexão ou para a socialização das descobertas dos grupos, mas nunca para dar a resposta certa. O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns nos outros, para observar as dificuldades, leva a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários.

Deve-se, advertir, no entanto, que não é uma tarefa fácil trazer os jogos matemáticos para a escola básica. A complexidade de alguns jogos, mesmo aqueles mais comuns, requer, de um lado, clareza sobre os vários conceitos matemáticos envolvidos e, de outro, um planejamento do momento e da maneira adequados para a sua utilização no processo de ensino e aprendizagem, para que seja garantida a riqueza conceitual, o prazer em participar da atividade e a conquista da autoconfiança.

5.6. OS PROJETOS DE TRABALHO

Após as referências feitas neste documento a vários recursos metodológicos – a resolução de problemas; a modelagem matemática; as tecnologias no campo da informática; a história da Matemática; os jogos matemáticos –, cabem alguns comentários sobre outros recursos didáticos que podem auxiliar o ensino e a aprendizagem da Matemática na escola.

Como dissemos neste documento, recentemente tem sido mencionada na literatura educacional, a atuação em sala de aula baseada em projetos[4]. Do ponto de vista metodológico, a proposta de uma pedagogia de projetos de trabalho harmoniza-se com a da resolução de problemas ou a da modelagem matemática, tendo em comum com estas a valorização do envolvimento ativo do professor e dos alunos nas ações desenvolvidas na sala de aula. Além disso, os projetos que articulem vários campos do saber são oportunidades adequadas à prática da interdisciplinaridade. Outra dimensão positiva dessa ação pedagógica é a possibilidade de escolha de projetos com temas de interesse da comunidade, que favoreçam o despertar do estudante para os problemas do contexto social e para a necessidade de ações que tornem mais justo e humano esse contexto.

Deve-se dar atenção, por outro lado, à harmonização dos projetos de trabalho de sala de aula com o projeto pedagógico maior da

4 A esse respeito, consultar Hernández & Ventura (1998) e Pires (2000).

escola. Sem essa sintonia, agrava-se a fragmentação do trabalho escolar que tem sido apontada como um dos fatores que atuam negativamente na instituição escolar.

Atenção também é necessária ao delineamento dos objetivos formadores do projeto, para que não se caia no desvio da ação pela ação. Em particular, tem sido enfatizada a importância de estabelecer um mapeamento dos conteúdos matemáticos, ou de outras áreas, que devem estar articulados com um projeto. Parte desse mapeamento deve ser planejada com antecedência, mas se deve cuidar de incorporar os conteúdos não previstos que surjam durante a realização do projeto. Como um exemplo de mapeamento dos conteúdos de um projeto cujo objetivo central fossem os conceitos de comprimento e área, poder-se-ia incluir e articular, entre outros, os conteúdos: a) comparação de comprimentos sem medição; b) medição de comprimentos com unidades não convencionais; c) comparação de áreas de figuras planas; d) medição de áreas com unidades não convencionais; medição de comprimentos e áreas com unidades do sistema métrico; e) medições de comprimentos e áreas no mundo da escola e nas práticas sociais; história dos instrumentos e sistemas de medidas de comprimento e área; as fórmulas de área; f) os números racionais como medidas de comprimento ou área; g) leitura de medidas de distância e de área em desenhos e plantas; h) comprimento e área nos campos da Física, da Biologia, da Geografia etc.

Tais conteúdos poderiam ser desenvolvidos como um projeto de cunho matemático ou inseridos como dimensão matemática de projeto voltado para problemas do contexto comunitário, como a construção de uma quadra, a reforma do prédio da escola, ou outro, de caráter mais amplo, como o transporte escolar, a divisão e ocupação de terras, a moradia nas cidades etc.

As metodologias de ensino e aprendizagem mencionadas neste documento requerem de professores e alunos o recurso permanente a variadas fontes de informação e a momentos de interação fora dos limites da sala de aula. As leituras complementares de livros, de jornais e de revistas, as buscas na Internet, as sessões de vídeo, as visitas e excursões, são alguns dos recursos mais conhecidos, mas professores e alunos devem exercitar a criatividade para a busca de outros.

5.7. AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

A avaliação da aprendizagem que se expressa no desempenho dos alunos, às vezes, é vista com reservas na comunidade dos professores de Matemática. Se o tema provoca certo entusiasmo nos administradores escolares, nos professores provoca, geralmente, um sentimento de desconfiança, na medida em que seus resultados podem ser interpretados como indicadores do fracasso do processo de ensino e de aprendizagem. Pode-se dizer que a avaliação escolar parece realizar-se em paralelo com o corpo docente; a interpretação dos resultados de uma avaliação, tão carregada de consequências, não é muito reconhecida por esse mesmo corpo. Isso parece acentuar-se ainda mais quando esses resultados permitem, à administração escolar, julgar o desempenho dos professores.

Esses fatos, aliados a uma concepção de aprendizagem em Matemática fragmentada, na qual o conhecimento se decompõe em pequenas parcelas, acaba por transformar a avaliação em Matemática numa espécie de sistema binário, em que a aquisição do conhecimento se traduz por meio de uma escala na qual os valores são representados por 0 ou 1; dessa forma, o valor 1 corresponderia a uma aquisição completa e definitiva, enquanto o valor 0 representaria a não aquisição de certo objeto de conhecimento.

A própria natureza epistemológica do conhecimento escolar tende a refutar essa concepção, na medida em que se pode afirmar com certa segurança que uma noção matemática passível de se apresentar de forma simples, completa e definitiva, de modo a poder ter sua aprendizagem avaliada em um modelo binário, seria, com certeza, sem importância ou inútil.

A fragmentação das noções matemáticas em pequenos objetos de conhecimento, tão presente no trabalho por objetivos, ainda ocupa um grande espaço e importância em nossas salas de aula de Matemática. Se por um lado, o trabalho com objetivos parece importante, na medida em que permite clarificar e comunicar intenções pedagógicas, por outro lado, ele não permite resolver certos problemas essenciais da avaliação em Matemática, sendo que, em muitos casos, ele termina por ocultá-los.

Tome-se, como exemplo, a habilidade "resolver problema envolvendo perímetro de figuras planas". Como explicar que, em média, apenas um em cada cinco alunos obtém sucesso quando os dados se encontram no enunciado do problema, enquanto o índice triplica quando uma figura é apresentada?[5] Que tipo de afirmação pode ser feita em consequência desses resultados? Que tipo de formulação de objetivos permitiria distinguir os dois problemas?

A avaliação tem como objetivo fundamental proporcionar a tomada de decisões. Avaliar seria então a organização (ou estudo) de situações que permitam recolher informações que, após tratamento, sejam susceptíveis de revelar algo de confiável e de substancial sobre o "valor" de um objeto.

Além da ideia de "valor" trazida no bojo da ideia de avaliação (pelo menos por sua etimologia), não se pode negligenciar o aspecto

5 Dados do Saepe-2002.

de "incerteza". O desaparecimento da incerteza na avaliação levaria a substituir avaliação por medida. Um dos aspectos mais iluminados pelos estudos em Educação Matemática é, sem dúvida, a impossibilidade desse desaparecimento. Dessa forma, podemos afirmar que o conhecimento matemático de um estudante (ou de um grupo) não pode ser medido.

Por outro lado, o sistema escolar solicita do professor que atribua notas (ou conceitos) a seus estudantes. O professor é levado então a identificar, em um certo tipo de escala, o valor do conhecimento desses alunos em relação a um domínio mais ou menos definido. Ora, os professores sabem como essa escala é pessoal, frequentemente não explicitável, variável no tempo e de difícil relação com as múltiplas significações da ordem didática. Em resumo, essa escala garante pouco em termos de validade, de fidelidade, de sensibilidade, de precisão etc. No entanto, continua havendo a necessidade de atribuir notas, o que se traduz, para o professor, em um sentimento de contradição e de mal estar.

O que se faz necessário reiterar é que, nessas condições, não existe transparência e a avaliação não garante um acesso direto ao conhecimento dos estudantes; uma observação a propósito de certo conhecimento de determinado estudante poderia não ser mais validada se houvesse uma ligeira modificação das variáveis em jogo, como apontado anteriormente. O que importa, então, não é propriamente um comportamento observável dos sujeitos, mas as inferências que essas observações permitem fazer. Dessa forma, a integração das questões de avaliação no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática obriga, de certa maneira, ao abandono da problemática da medida em prol da problemática do sentido.

Por exemplo, pode ser tomado o mesmo descritor citado anteriormente sobre a resolução de problemas envolvendo o perímetro de figuras planas. A observação dos resultados obtidos por estudantes de 9º ano no Saepe-2002[6] mostra que, em problemas de mesma estrutura (e com mesmos valores numéricos), aqueles que apresentam no enunciado a ideia de "medida de um contorno" obtêm um índice de acertos três vezes maior que aqueles que apresentam no enunciado a solicitação do "perímetro". O que se pode observar é que o sentido de um problema para o estudante apresenta maior influência sobre seu sucesso do que a estrutura desse problema em si mesma.

Levar em consideração a ideia de sentido, na avaliação em Matemática, implica associá-la a duas outras dimensões fundamentais, a noção de "contrato" e a ideia de "observação". A observação é a pedra de toque da avaliação. Antes de decidir, antes de concluir, é necessário observar. Entretanto, a observação está longe de ser uma atividade simples de ser efetivada em sala de aula; não basta olhar para observar, é necessário todo um trabalho para aprender a observar.

Mas quando se fala em observar, a primeira questão que surge é, "observar o quê?". Se o centro das atenções é a sala de aula e, mais particularmente, o funcionamento do estudante dentro desse sistema, torna-se claro que se trata de observar a produção desses estudantes, mais particularmente, suas respostas a questões. Cabe aqui retomar as considerações feitas anteriormente neste documento sobre a importância da resolução de problemas na aprendizagem de Matemática, que, de fato, aparece, ao mesmo tempo, como um meio e como um critério de aquisição das noções matemáticas.

Embora a resolução de problemas esteja presente de maneira bastante forte nas salas de aula, seria necessário retomar as diferentes características que pode assumir um problema na sala de aula de

---

6 Fonte: Pernambuco. Secretaria de Educação e Cultura. **Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco**: Saepe – Relatório 2002. Recife, 2003.

Matemática, como já discutido neste documento, e que aparecem estreitamente associadas a diferentes "tipos" de contratos didáticos. Na realidade, pode-se perceber que grande parte dos problemas que aparecem nas salas de aula é composta por problemas cuja solução somente pode ser interpretada como "certa ou errada".

Ora, como já foi dito anteriormente, para observar é preciso haver "observáveis", e para tê-los seria preciso fugir desse sistema binário, tipo "certo ou errado", sobre o qual se baseia a maioria dos contratos estabelecidos nas salas de aula. Em outras palavras, a verdadeira observação somente será possível a partir de uma ruptura de contrato didático.

Finalmente, poderia ser dito que, mesmo quando as condições precedentes fossem satisfeitas, uma boa observação seria dependente do conhecimento matemático em jogo na situação. Deve também ficar clara a necessidade de que esse conhecimento venha acompanhado de sentido.

Não é demais repetir que uma situação sem sentido não pode levar a uma aprendizagem consistente e duradoura.

QUADRO RESUMO DAS EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Antes de apresentar detalhadamente as expectativas de aprendizagem por ano de escolarização e por bloco de conteúdos, apresentamos o quadro a seguir, que mostra como essas expectativas progridem em função do avanço escolar.

Entretanto, é preciso, no momento do trabalho de planejamento e na ação em sala de aula, que o professor considere as expectativas detalhadas, como descritas no documento, pois é nesse momento que as variáveis adotadas serão explicitadas.

A legenda abaixo esclarece o sentido de cada uma das cores utilizadas:

• a cor branca indica que a expectativa não precisa ser objeto de intervenção pedagógica naquela etapa de escolarização, pois será trabalhada posteriormente;
• a cor azul clara indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve começar a ser abordada nas intervenções pedagógicas, mas sem preocupação com a formalização do conceito envolvido;
• a cor azul celeste indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve ser abordada nas intervenções pedagógicas, iniciando-se o processo de formalização do conceito envolvido;
• a cor azul escura indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) se espera que uma expectativa seja consolidada como condição para o prosseguimento, com sucesso, em etapas posteriores de escolarização.

GEOMETRIA

Expectativas	F1	F2	F3	F4	MI	MII	MIII
Descrição, comparação, classificação e denominação de figuras planas.							
Descrição, comparação, classificação e denominação de figuras espaciais.							
Criação de composições com figuras planas.							
Simetrias (eixos de simetria, reflexão, rotação e translação).							
Localização e movimentação no plano e no espaço.							
Congruência de figuras planas.							
Relações entre figuras planas e espaciais (faces de sólidos e polígonos).							
Elementos de figuras planas e espaciais (vértices, lados, arestas etc.).							
Criação de composições com figuras espaciais.							
Representação de figuras planas e espaciais (planificação, vistas, construções com instrumentos).							
Caracterização e classificação de polígonos.							

GEOMETRIA

Expectativas	F1	F2	F3	F4	MI	MII	MIII
Ângulos (reconhecimento, classificação, construção).							
Semelhança de figuras planas (ampliação e redução).							
Classificação dos quadriláteros.							
Posições relativas de retas (paralelas, perpendiculares etc.).							
Classificação dos triângulos.							
Sistema cartesiano.							
Retas, semirretas e segmentos de retas.							
Lei angular de Tales.							
Propriedades da circunferência e do círculo.							
Ângulos formados por retas.							
Retas, semirretas e segmentos notáveis (mediatriz, bissetriz, mediana, altura).							
Relações métricas no triângulo retângulo.							
Razões trigonométricas no triângulo retângulo.							
Polígonos inscritos e ângulos na circunferência.							
Teorema de Tales.							
Leis do seno e do cosseno.							
Retas no plano cartesiano.							
Distância no plano cartesiano.							
Circunferência no plano cartesiano.							

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Expectativas	F1	F2	F3	F4	MI	MII	MIII
Elaboração de questões de pesquisa.							
Coleta de dados.							
Classificação e organização de dados.							
Construção e interpretação de gráficos e tabelas.							
Identificação de frequências em gráficos e tabelas.							
Identificação de categorias em gráficos e tabelas.							
Comparação de conjuntos de dados.							
Associação entre tabelas e gráficos.							
População e amostra.							
Medidas de tendência central.							
Probabilidade.							
Elementos constitutivos de gráficos e tabelas.							
Amplitude, concentrações e dispersões de dados.							
Classificação de variáveis.							
Tabelas com dados agrupados.							
Medidas de dispersão.							

ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Expectativas	F1	F2	F3	F4	MI	MII	MIII
Categorização de atributos.							
Regularidades em sequências.							
Problemas algébricos.							
Equivalência de igualdades.							
Equações de primeiro grau.							
Inequações de primeiro grau.							
Proporcionalidade entre grandezas.							
Operação com monômios.							
Operações com polinômios.							
Produtos notáveis.							
Sistemas de equações de primeiro grau.							
Equações do segundo grau.							
Fatoração de expressões algébricas.							
Funções.							

GRANDEZAS E MEDIDAS

Expectativas	F1	F2	F3	F4	MI	MII	MIII
Tempo.							
Comprimento.							
Massa.							
Capacidade.							
Sistema monetário.							
Relações entre unidades de medida.							
Medições.							
Área.							
Perímetro.							
Volume.							
Temperatura.							
Ângulos.							
Grandezas compostas.							
Fórmulas para medida de áreas.							
Fórmulas para medida de volumes.							

NÚMEROS E OPERAÇÕES

Expectativas	F1	F2	F3	F4	MI	MII	MIII
Representação de números naturais.							
Relação de ordem nos números naturais.							
Composição e decomposição de números naturais.							
Resolução de problemas de adição e subtração por meio de cálculo mental.							
Estimativas.							
Resolução de problemas de multiplicação por meio de cálculo mental.							

NÚMEROS E OPERAÇÕES

Expectativas	F1	F2	F3	F4	MI	MII	MIII
Proporcionalidade.							
Relações entre dezenas, centenas, milhares etc.							
Arredondamentos, aproximações.							
Reconhecimento e representação de números racionais na forma fracionária.							
Números pares e ímpares.							
Representação simbólica e cálculo mental de adições e subtrações.							
Representação simbólica e cálculo mental de multiplicações.							
Resolução de problemas de divisão por meio de cálculo mental.							
Reconhecimento e representação de números racionais na forma decimal.							
Associação de números naturais a pontos na reta numérica.							
Composição e decomposição de números racionais na representação decimal.							
Diferentes ideias de números racionais na representação fracionária.							
Representação simbólica e cálculo mental de divisões.							
Frações equivalentes.							
Porcentagem.							
Multiplicação e divisão por potências de dez.							
Características do sistema de numeração decimal.							
Associação de números racionais a pontos na reta numérica.							
Relação de ordem nos números racionais.							
Resolução de problemas com números racionais por meio de cálculo mental.							
Potenciação.							
Radiciação.							
Adição e subtração de frações.							
Números inteiros.							
Relação de ordem nos números inteiros.							
Associação de números inteiros a pontos na reta numérica.							
Simétrico e valor absoluto.							
Resolução de problemas de adição e subtração de números inteiros.							
Ideias de MMC e MDC.							
Números irracionais e reais.							
Multiplicação e divisão de números racionais.							
Números em notação científica.							
Propriedades das operações aritméticas.							
Problemas de combinatória.							
Conjuntos numéricos.							

6. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS – EJA ENSINO FUNDAMENTAL – FASES 1 E 2

A Matemática, nesta etapa inicial da Educação de Jovens e Adultos (EJA), deve desempenhar, fundamentalmente, a função reparadora, qual seja, reparar a ideia construída pelo sujeito em suas primeiras tentativas, fracassadas, de escolarização no ensino regular, de que a Matemática é uma disciplina difícil e que só alguns conseguem aprendê-la. Nessa circunstância, a Matemática foi vista por ele como algo desprovido de significado, uma sucessão de regras e procedimentos de difícil memorização.

Essa não é uma missão fácil. De fato, se perguntarmos a um estudante da EJA, nessa fase inicial, o motivo de ele ter retornado à escola, a resposta possivelmente seria algo do tipo "para aprender a verdadeira Matemática", visto que ele não reconhece os seus conhecimentos matemáticos como válidos. Em outras palavras, o estudante busca apropriar-se exatamente de uma Matemática que, em última instância, foi a responsável por ele ter abandonado a escola. Isso gera um desafio para o professor, na medida em que ele deve, ao mesmo tempo, trabalhar uma Matemática com significado e levar o estudante a tomar consciência dos conceitos matemáticos por ele elaborados em seu dia a dia.

Também é nesse momento que o estudante da EJA se apropria da leitura e da escrita na língua materna, em que a manipulação simbólica aparece para ele como a grande novidade e foco de suas preocupações.

Por isso, nas Fases 1 e 2, o trabalho com a Matemática deve evitar, na medida do possível, o recurso às representações simbólicas e a ênfase em regras e procedimentos. É fundamental que o sujeito seja estimulado a inserir na sala de aula os conhecimentos matemáticos que já desenvolveu.

Para isso, a contextualização deve ser a palavra-chave no processo de ensino. Entretanto, é preciso ressaltar que contextualizar não significa colocar, por exemplo, "goiabas" no enunciado dos problemas, mas criar situações problematizadoras que levem o sujeito a recorrer a seus conhecimentos prévios como ferramentas para resolver a situação. Em outras palavras, nessa etapa o estudante deve "fazer Matemática", usando seus conhecimentos. Com isso, na etapa seguinte, ele será capaz de reconhecer esses conhecimentos como objetos explícitos de aprendizagem.

6.1. GEOMETRIA

Nessa etapa, o trabalho com a geometria deve ser centrado no espaço que cerca o estudante, seja em seu ambiente de trabalho, seja em seu ambiente doméstico. As situações elaboradas pelo professor devem levar o estudante a compreender a ideia de pontos de referência e de deslocamentos, inclusive utilizando ângulos, explorando termos como paralelos, transversais, perpendiculares etc. A elaboração de croquis, mapas e plantas pode ser um bom caminho para recuperar conhecimentos prévios e, ao mesmo tempo, desenvolver a habilidade de representação.

Nesse trabalho, é importante o estudante ser levado a perceber figuras espaciais (sólidos geométricos) e associar, por exemplo, faces a figuras planas (poligonais ou não). Nessa direção, é importante que ele descreva essas figuras, apropriando-se de sua nomenclatura. A partir daí, pode-se trabalhar com os elementos constitutivos das figuras, tais como faces, lados, arestas, vértices, ângulos etc.

A ideia de simetria, tão presente em elementos do cotidiano, pode ser trabalhada de forma intuitiva, sem recurso, nesse momento, a propriedades e regras de construção de figuras simétricas. É a construção do conceito que levará, mais tarde, ao estabelecimento das propriedades de figuras simétricas.

Da mesma forma, o trabalho com ampliações e reduções, em malhas quadriculadas, servirá como ponto de partida para, em uma etapa posterior, construir o conceito de semelhança de figuras planas, conceito esse extremamente útil não somente para estudos posteriores, como também nas práticas cotidianas dos alunos.

FASE 1

- Descrever e classificar figuras espaciais apresentadas em diferentes disposições, nomeando-as (cubo, bloco retangular ou paralelepípedo, pirâmide, cilindro e cone).
- Descrever e classificar figuras planas, apresentadas em diferentes disposições, nomeando-as (quadrado, triângulo, retângulo, losango e círculo).
- Descrever informalmente características de prismas (incluindo a associação de cubos a blocos retangulares) e pirâmides, reconhecendo faces e vértices.
- Descrever informalmente características de uma figura plana, identificando número de lados e de vértices (por exemplo, identificar o número de vértices - ou "pontas" - de um quadrado).
- Descrever, comparar e classificar figuras planas ou espaciais por características comuns, apresentadas em diferentes disposições.

- Reconhecer pares de figuras iguais (congruentes) apresentadas em diferentes disposições (por translação, rotação ou reflexão), e descrever a transformação com suas próprias palavras.
- Identificar eixos de simetria em figuras planas.
- Reconhecer quadrados, retângulos e triângulos em diferentes disposições (por rotação e/ou translação).
- Relacionar a representação de figuras espaciais a objetos do mundo real.
- Relacionar faces de cubos, blocos retangulares, outros prismas e pirâmides a figuras planas.
- Descrever caminhos recorrendo a termos, tais como paralelos, transversais, perpendiculares, direita, esquerda.
- Identificar e descrever a localização e a movimentação de objetos no espaço, identificando mudanças de direções e considerando mais de um referencial.

FASE 2

- Analisar e comparar figuras planas e espaciais por seus atributos (por exemplo: número de lados ou vértices, número de faces, tipo de face etc.).
- Analisar se duas figuras são congruentes por sobreposição.
- Associar a planificação de figuras espaciais a suas representações.
- Associar ângulo a giro ou mudança de direção e reconhecer ângulo de um quarto de volta, de meia volta e de uma volta.
- Caracterizar quadrados pelos seus lados e ângulos.
- Caracterizar retângulos pelos seus lados e ângulos.
- Classificar triângulos quanto aos lados (escaleno, equilátero e isósceles) e quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo).
- Reconhecer retas paralelas, concorrentes ou perpendiculares.
- Construir modelos de sólidos a partir de planificações.
- Descrever e classificar figuras planas e espaciais.

- Desenhar ampliações e reduções de figuras planas em malha quadriculada.
- Diferenciar reta, semirreta e segmento de reta.
- Localizar pontos ou objetos, usando pares ordenados de números e/ou letras, em desenhos representados em malhas quadriculadas.
- Reconhecer a caracterização de um polígono e suas denominações (triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono e octógono).
- Reconhecer ângulos retos.
- Descrever e construir deslocamentos que utilizem medidas de ângulos.
- Desenhar figuras obtidas por simetria de translação, rotação e reflexão.
- Reconhecer eixos de simetria de figuras planas.

6.2. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE (TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO)

A Matemática apresenta-se como um domínio fundamental para o desenvolvimento de competências ligadas ao questionamento, à elaboração de conjecturas e à interpretação de informações e dados da realidade cotidiana do cidadão. O desenvolvimento dessas competências demanda mais do que a simples interpretação de gráficos, tão comum no ensino regular. É preciso, no trabalho com EJA, levar o estudante a formular questões, coletar dados, organizá-los, apresentar informações por meio de registros diversos e interpretar fenômenos.

Tomando como ponto de partida situações do contexto do estudante da EJA, pode-se criar situações que o levem a desenvolver essas competências. A análise de gráficos da mídia também pode contribuir para que esse estudante questione a mensagem que o gráfico deseja passar ao leitor, reconhecendo, muitas vezes, a manipulação presente nesse tipo de suporte.

Também é importante desenvolver a ideia de chance, que levará ao conceito de probabilidade. Por exemplo, na exploração de um experimento aleatório, como o lançamento de uma moeda, o estudante poderá verificar que há metade de chance de sair "cara" e metade de sair "coroa".

FASE 1

- Formular questões sobre aspectos sociais que gerem pesquisas e observações para coletar dados (quantitativos e/ou qualitativos).
- Identificar etapas de um plano para coleta e registro de dados.
- Coletar e classificar dados, identificando diferentes categorias.
- Decidir sobre estratégias para comunicação de dados coletados.
- Preencher tabelas para organização e classificação de dados, utilizando contagens.
- Construir tabelas, gráficos de barras ou colunas (por exemplo: com apoio de objetos físicos, representações pictóricas, papel quadriculado ou *softwares*).
- Identificar em gráficos uma categoria sendo dada uma frequência e identificar a frequência sendo dada uma categoria.
- Comparar dois conjuntos de dados apresentados em tabelas e gráficos.
- Resolver e elaborar problema a partir das informações de um gráfico.
- Converter representações de conjunto de dados apresentados em tabela para representação gráfica e vice-versa.

FASE 2

- Elaborar questões e coletar dados por meio de observações, medições e experimentos, bem como identificar a forma apropriada de organizar e apresentar os dados (escolha e construção adequada de tabelas e gráficos).

- Compreender intuitivamente as ideias de população e amostra.
- Resolver e elaborar problemas a partir das informações de uma tabela ou de um gráfico de colunas, de barras ou de linha.
- Coletar dados de um evento durante um período de tempo (horas, dias, semanas, meses ou anos) e apresentá-los em tabelas e gráfico de linha.
- Discutir a ideia intuitiva de chance de ocorrência de um resultado a partir da análise das possibilidades.
- Descrever dados e elaborar representações apropriadas (listas, tabelas ou gráficos).
- Ler e interpretar diferentes tipos de gráfico (gráficos de colunas e barras, pictogramas, cartogramas, gráficos de linha e de setores).
- Reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, título, fonte etc.).
- Analisar criticamente os dados apresentados em tabelas ou gráficos.
- Compreender intuitivamente a ideia de moda como aquilo que é mais típico em um conjunto de dados.
- Compreender intuitivamente a ideia de média aritmética de um conjunto de dados.
- Usar a média para comparar dois conjuntos de dados.

6.3. ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Embora ainda seja comum relacionar a álgebra à simples manipulação simbólica, hoje em dia esse campo da Matemática é reconhecido como uma forma de pensamento. Desse ponto de vista, a álgebra seria o campo privilegiado para desenvolver a capacidade de estabelecer relações, capacidade essa imprescindível em nosso cotidiano, para compreender como ele se organiza. Dessa forma, o trabalho com a álgebra escolar deve ser explorado desde o início da escolaridade, em qualquer modalidade de ensino.

O trabalho com sequências numéricas, de figuras ou de outro tipo pode contribuir sobremaneira para o desenvolvimento do pensamento algébrico, que se baseia essencialmente no estabelecimento de relações. Em atividades dessa natureza, é importante que o estudante seja levado a identificar regularidades, os elementos e as regras de formação das sequências numéricas, de figuras ou outras. Nesse momento, a articulação com os números, em particular com a reta numérica, deve ser explorada pelo professor.

Outra articulação importante com os números e suas operações pode ser realizada por meio de atividades em que o estudante seja levado a determinar o elemento desconhecido em uma igualdade matemática, por exemplo, reconhecer que o número que multiplicado por 5 dá 15 é 3. Esse trabalho servirá de base para o estudo das equações, em etapa posterior. É importante, nesse momento, que o sujeito realize a necessária ruptura, em que o sinal de igualdade deixa de ser considerado como o símbolo associado a uma operação e seja considerado como a relação de equivalência entre duas quantidades.

É importante que o professor considere que, nesta fase, a representação simbólica de equações e suas técnicas de resolução não devem fazer parte do trabalho em EJA. O mais importante, é que o estudante seja levado a resolver situações de seu cotidiano baseadas em problemas que possibilitem o desenvolvimento do pensamento algébrico, como, por exemplo, de partilha de quantidades. Nesse momento, o estudante deve estar totalmente à vontade para utilizar a representação que lhe for mais familiar.

O pensamento funcional também pode ter seu desenvolvimento iniciado nessa etapa de escolarização. Para isso, a noção de proporcionalidade aparece como fundamental. Resolver problemas envolvendo variação direta e inversa entre grandezas torna-se o melhor caminho para desenvolver o pensamento funcional. Entretanto, é importante que o professor fuja das regras e procedimentos mecânicos que, frequentemente, são associados à famosa "regra de três"; nessa etapa, o mais importante é que o estudante tome consciência das estratégias que ele normalmente utiliza para resolver esse tipo de problema em seu dia a dia.

FASE 1

- Compreender a noção de regularidade a partir da construção e ordenação de uma sequência numérica crescente ou decrescente.
- Descrever, completar e elaborar uma sequência numérica ou formada por figuras.
- Criar categorias de atributos, tais como formato, tamanho etc., de coleções de objetos.
- Determinar um número desconhecido em uma igualdade (por exemplo: determinar o número que multiplicado por 4 resulta em 32 ou o número que somado com 13 resulta 30).
- Reconhecer que todo número par termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Identificar que a soma de dois números pares resulta em um número par.
- Reconhecer que se adicionarmos um valor a uma das parcelas de uma adição, o resultado também será acrescido deste mesmo valor (por exemplo: $12 + 4 = 16$ e $12 + 5 + 4 = 16 + 5$).

FASE 2

- Reconhecer o padrão que está associado à multiplicação por 10, por 100 ou por 1 000 (por exemplo:perceber que todo número multiplicado por 10 termina em zero).
- Descrever, completar e elaborar uma sequência numérica ou formada por figuras.

- Reconhecer que se multiplicarmos um dos fatores de um produto por um número, o resultado também ficará multiplicado por este mesmo número. Por exemplo, se $3 \times 5 = 15$, então $3 \times (5 \times 2) = 15 \times 2$.
- Reconhecer o valor que torna uma igualdade verdadeira (por exemplo: na multiplicação $3 \times ? = 15$, o valor desconhecido vale 5).
- Reconhecer alguns valores que tornam uma desigualdade verdadeira (por exemplo: se $4 \times ? < 20$, então o valor desconhecido deve ser menor que 5).
- Resolver e elaborar problemas de partilha de quantidades envolvendo uma ou duas relações, utilizando representação própria. (por exemplo: João e Maria têm, juntos, 30 reais, sendo que João tem 10 a mais que Maria. Quantos reais tem cada um?).
- Reconhecer que, em uma divisão, se multiplicarmos ou dividirmos o dividendo e o divisor por um mesmo valor, o quociente não se altera (por exemplo: $120 \div 40 = 12 \div 4 = 60 \div 20 \ldots = 3$).
- Perceber relações (diretas e inversas) de variações entre grandezas (por exemplo: um trabalho é realizado por um determinado número pessoas em algumas horas. Se este trabalho for realizado por um número maior – ou menor – de pessoas, vai levar mais ou menos tempo para ser concluído?).
- Perceber experimentalmente relações entre lado e perímetro de quadrado (por exemplo: se multiplicamos/dividirmos o lado de um quadrado por dois, o que ocorrerá com seu perímetro?).
- Perceber experimentalmente relações entre lado e área de quadrado (por exemplo: se multiplicamos o lado de um quadrado por dois, o que ocorrerá com sua área?).

6.4. GRANDEZAS E MEDIDAS

Uma prática comum no ensino busca privilegiar a apresentação das unidades de medida padronizadas, seguindo-se a manipulação mecânica de conversões de unidades. Em muitos casos, chega-se à apresentação e à aplicação de fórmulas de cálculo da medida de perímetros e de áreas de figuras planas. Essa estratégia tem se mostrado não apenas ineficiente em relação à aprendizagem, mas, muitas vezes, geradora de grandes dificuldades.

Em particular, com estudantes jovens e adultos, essa prática é bastante nefasta, particularmente pelo fato de esses sujeitos já terem incorporado diferentes estratégias para tratar com as grandezas, particularmente as geométricas, como perímetros, áreas e volumes. O mais importante é levar o sujeito a diferenciar o elemento geométrico (piso de uma sala, por exemplo) da grandeza associada a ele (área desse piso) e da medida dessa grandeza (número que expressa essa medida em metros quadrados, por exemplo). Para isso, é fundamental que o professor explore situações que demandem a comparação de grandezas, levando o estudante a perceber que grandezas podem ser medidas e diferenciando a grandeza do objeto em si mesmo.

Por exemplo, para dizer que uma pessoa é maior que a outra é preciso explicitar que grandeza se está considerando; pode ser sua altura, ou sua massa, ou sua idade etc. A partir desse trabalho, pode-se explorar as unidades de medida, buscando dar sentido às suas magnitudes. Entretanto, é fundamental que o trabalho não se limite às unidades do sistema métrico decimal. É preciso reconhecer que estudantes da EJA se confrontam cotidianamente com outras unidades de medida que não as convencionais. Os que trabalham no campo, por exemplo, utilizam frequentemente outras unidades, tais como braça, hectare ou alqueire. É importante que o professor identifique as unidades do cotidiano do estudante e o leve a estabelecer relações entre essas unidades e aquelas do nosso sistema métrico decimal.

Nessa etapa de escolarização, o uso de fórmulas padronizadas para o cálculo da medida de áreas e volumes deve ser evitado. Mais importante, é levar o estudante a explicitar e refletir sobre as estratégias de cálculo da medida dessas grandezas que ele normalmente traz de suas práticas sociais. Posteriormente, em outra etapa de escolarização, essas estratégias servirão de base para o estabelecimento das fórmulas convencionais.

FASE 1

- Compreender intuitivamente a necessidade das grandezas para o estabelecimento de comparações (por exemplo: para se comparar dois objetos entre si é necessário considerar uma grandeza como referência – comprimento, massa).
- Medir e comparar comprimentos utilizando unidades não convencionais (palmo da mão, palitos, pedaços de barbante etc.).
- Medir um mesmo comprimento utilizando diferentes unidades não convencionais (palmo da mão, palitos, pedaços de barbante etc.) e perceber que um mesmo comprimento pode ser expresso por diferentes medidas.
- Ler hora cheia (três horas, seis horas etc.), meia hora (dez horas e meia etc.) e quartos de hora (cinco horas e quinze minutos etc.) em relógio analógico e digital.
- Identificar e registrar tempo de início e fim de um evento usando notação analógica e digital.
- Determinar (comparar) a duração de eventos.
- Usar o minuto como unidade de medida para avaliar passagem de tempo (exemplo: o tempo gasto em minutos para ir de casa até a escola).
- Comparar de maneira direta o comprimento de dois ou mais objetos (exemplo: caneta e régua).

- Comparar comprimentos horizontais, verticais e de contornos formados por linhas retas utilizando medidas não convencionais, tais como palmo, passo, lápis etc.
- Determinar o comprimento de caminhos utilizando medidas não convencionais (por exemplo: passos).
- Reconhecer a relação entre o tamanho da unidade escolhida e o número obtido na contagem (por exemplo: quanto maior o passo, menos passos são necessários).
- Selecionar instrumentos de medida apropriados à grandeza a ser medida (por exemplo: relógio – tempo, fita métrica – comprimento, balança – massa, copo – capacidade).
- Utilizar instrumentos de medida com compreensão do processo de medição e das características do instrumento escolhido.
- Comparar intuitivamente capacidades de recipientes de diferentes formas e tamanhos.
- Usar unidades convencionais de medida para medir comprimentos (metro e centímetro).
- Comparar e ordenar comprimentos horizontais, verticais e de contornos de figuras (formadas por linhas retas e curvas) por medição, utilizando metros e centímetros, reconhecendo a relação entre 1 metro e 100 centímetros.
- Reconhecer a relação entre a unidade escolhida e o número obtido na medição de comprimentos, massas e capacidades (metro e centímetro, quilograma e grama, litro e mililitro).
- Realizar estimativas de medida de tempo, comprimento, massa e capacidade.
- Realizar conversões simples entre unidades de medida convencionais mais comuns de comprimento (metro e centímetro), massa (grama e quilograma) e capacidade (litro e mililitro) (exemplo: meio metro equivale a cinquenta centímetros).
- Propor diferentes trocas de valores usando outras cédulas e/ou moedas.

- Compreender o significado de troco em transações envolvendo valores monetários.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de tempo, comprimento, massa, capacidade e valor monetário.
- Comparar áreas de duas figuras planas recorrendo às relações entre elas ou a decomposição e composição.

FASE 2

- Comparar e ordenar comprimentos horizontais, verticais e de contornos de figuras (formadas por linhas retas e curvas), reconhecendo as relações entre metro, centímetro, milímetro e quilômetro.
- Realizar estimativas de medidas de comprimento, massa e capacidade.
- Compreender a noção de perímetro.
- Estimar e determinar o perímetro de várias figuras planas usando unidade convencional.
- Ordenar itens por medidas de massa (“peso”).
- Ordenar itens por medidas de capacidade (quantidade de líquido ou de grãos, por exemplo).
- Comparar áreas de figuras poligonais desenhadas em malha quadriculada pela contagem de quadradinhos e metade de quadradinhos.
- Comparar áreas de duas figuras planas recorrendo às relações entre elas ou a decomposição e composição.
- Medir a área, cobrindo uma superfície plana com unidades quadradas.
- Reconhecer que duas figuras podem ter a mesma área, mas não são necessariamente congruentes.
- Determinar experimentalmente, usando cubos, o volume de um prisma retangular.
- Distinguir entre quantidade e massa (“peso”), evidenciando ser capaz de diferenciar, intuitivamente, as ideias de volume e densidade.

- Demonstrar entendimento de atributos como comprimento, área, massa e volume e selecionar a unidade adequada para medir cada atributo.
- Desenvolver estratégias para estimar e comparar a medida da área de retângulos, triângulos e outras figuras regulares utilizando malhas.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem medidas de comprimento, área, massa, capacidade, tempo e valor monetário.
- Reconhecer as grandezas comprimento, área, massa, capacidade, volume e temperatura, e selecionar a unidade adequada para medir cada grandeza.
- Compreender o significado de um metro quadrado e de um centímetro quadrado para comparar áreas.
- Determinar o perímetro de quadriláteros, triângulos e outros polígonos representados em malhas quadriculadas.
- Estimar medidas de comprimentos e de áreas de figuras planas.
- Compreender o uso de escalas em mapas.
- Medir distâncias usando escalas em mapas.
- Comparar e ordenar massas por medição, reconhecendo as relações entre grama, miligrama, quilograma e tonelada.
- Comparar e ordenar capacidades, reconhecendo as relações entre litro e mililitro.

6.5. NÚMEROS E OPERAÇÕES

No trabalho com esse campo, é fundamental reconhecer que o estudante da EJA chega à escola com uma grande bagagem de conhecimentos. Por exemplo, ele tem contato com números em seu dia a dia, mesmo que ainda demonstre dificuldades na leitura e na escrita. A retomada dos diferentes usos dos números no cotidiano deve ser considerada como ponto de partida para a representação simbólica deles. Com o avanço do processo de alfabetização em língua materna, o trabalho com a leitura e a escrita de números em linguagem natural também pode ser consolidado. Entretanto, é importante que o professor explore o trabalho com os números a partir de seus usos, sem buscar apresentar as regras do sistema de numeração decimal.

Da mesma forma, os algoritmos formais das operações aritméticas não devem ser tomados como ponto de partida. É importante que elas sejam exploradas por meio de problemas, e que o estudante seja levado a explicitar suas diferentes estratégias de cálculo mental para realizar as operações. No trabalho com a resolução e elaboração de problemas envolvendo as operações, é importante que o estudante compreenda as diferentes ideias das operações, mas um cuidado especial deve ser tomado para não associar operações a palavras do enunciado do problema, oferecendo liberdade para que o estudante escolha a operação mais adequada para solucionar um problema. Por exemplo, em um problema com a ideia de comparar (quanto tem a mais), o estudante pode utilizar a adição, completando os valores do primeiro conjunto até obter o quantitativo do outro, sem utilizar a subtração. À vezes, o aluno não percebe essa possibilidade porque os enunciados dos problemas propostos na escola já remetem para determinada operação.

O trabalho com números deve promover a explicitação das diferentes estratégias de contagem desenvolvidas pelos sujeitos. A elaboração e a descrição de sequências numéricas, bem como a representação de números na reta ajudam na compreensão da relação de ordem nos números naturais.

O cotidiano dos sujeitos da EJA também deve servir de ponto de partida para o trabalho com os números racionais na representação decimal, particularmente quando tomamos o nosso sistema monetário como suporte e contexto. A articulação com quantias monetárias facilita a compreensão do sistema de escrita simbólico desse tipo de número. Também aqui é importante considerar que os estudantes desenvolvem diferentes estratégias de cálculo mental para realizar operações com valores monetários. Oferecer regras para as operações nessa representação pode gerar bloqueios por parte dos estudantes. O mais importante é que eles explicitem essas estratégias, discutindo-se aquelas que parecem mais econômicas para eles.

As porcentagens também aparecem de maneira bastante importante no dia a dia dos estudantes da EJA. As estratégias mentais usadas por eles para calcular porcentagens devem ser exploradas em sala de aula. É importante que o professor ofereça uma variedade de situações envolvendo porcentagens, e que o estudante compreenda os elementos envolvidos em sua resolução. Por exemplo, reconhecer 75% como $\frac{3}{4}$ ou 0,75 permite relacionar diferentes representações de um mesmo número racional.

FASE 1

- Reconhecer os números e seus diferentes usos no cotidiano.
- Contar elementos de uma coleção de diferentes maneiras (de 1 em 1, de 10 em 10, de 25 em 25, de 50 em 50 etc.).
- Ler, escrever simbolicamente e ordenar números até 1000.
- Identificar o maior entre os números dados.
- Identificar relações entre 10 unidades e 1 dezena; entre 10 dezenas e 1 centena e entre 10 centenas e 1 milhar.
- Elaborar composições e decomposições de números até 1000 (por exemplo: 168 = 50 + 50 + 50 + 18).
- Relacionar o valor posicional do zero na representação simbólica de um número a sua decomposição polinomial (por exemplo, associar 504 a 5 x 100 + 0 x 10 +4 x 1).
- Utilizar termos como dúzia e meia dúzia; dezena e meia dezena; centena e meia centena, associando-os as suas respectivas quantidades.

- Construir uma sequência numérica, em ordem crescente ou decrescente, de diferentes maneiras (5 em 5, 10 em 10, 25 em 25, 50 em 50, 75 em 75, 100 em 100 etc.).
- Reconhecer números ordinais do 1° ao 50° em situações cotidianas, com o recurso à simbologia.
- Representar simbolicamente adições e subtrações e elaborar problemas em linguagem verbal utilizando essas representações, sem explorar o algoritmo formal.
- Representar simbolicamente a multiplicação com fatores de um algarismo ou com um dos fatores com dois algarismos e outro com um algarismo, sem explorar o algoritmo formal.
- Resolver e elaborar problemas aditivos envolvendo os significados de juntar e acrescentar quantidades, separar e retirar quantidades e comparar e completar quantidades, em situações cotidianas, utilizando o cálculo mental.
- Resolver e elaborar problemas de multiplicação em linguagem verbal, envolvendo as ideias de adição de parcelas iguais, elementos apresentados em disposição retangular, proporcionalidade, em situações cotidianas, utilizando o cálculo mental.
- Resolver e elaborar problemas de divisão em linguagem verbal, envolvendo as ideias de repartir uma coleção em partes iguais e a determinação de quantas vezes uma quantidade cabe em outra, em situações cotidianas e utilizando o cálculo mental.
- Encontrar mais de uma solução a problemas que apresentam várias soluções.
- Efetuar adição e subtração por meio de estratégias de cálculo mental, representando-as em linguagem simbólica por meio de diferentes formas de registro.
- Efetuar multiplicação e divisão por meio de estratégias de cálculo mental, representando-as em linguagem simbólica por meio de diferentes formas de registro.
- Relacionar adição e subtração, bem como multiplicação e divisão, como operações inversas.

- Estimar quantidades até 1 000, usando diferentes estratégias.
- Reconhecer frações unitárias usuais (um meio, um terço, um quarto e um décimo) de quantidades contínuas ou discretas em situações cotidianas, sem recurso à notação fracionária.
- Reconhecer números decimais em situações do cotidiano.

FASE 2

- Ler, escrever e comparar números de diferentes magnitudes.
- Compreender a magnitude de grandes quantidades (por exemplo: milhares, dezenas de milhares, centenas de milhares e milhão).
- Reconhecer que uma unidade dividida em 10 partes iguais, cada parte corresponde a um décimo; que 1 unidade dividida em 100 partes iguais, cada parte corresponde a um centésimo e que uma unidade dividia em 1 000 partes, cada parte corresponde a um milésimo.
- Perceber que 1 unidade corresponde a 10 décimos ou a 100 centésimos ou, ainda, a 1 000 milésimos dessa unidade.
- Reconhecer a representação simbólica de décimos, centésimos e milésimos.
- Estimar a quantidade de elementos de uma coleção (por exemplo: em um estádio de futebol em dia de jogo importante cabem mais ou menos 50 000 pessoas?).
- Identificar e representar frações menores e maiores que a unidade.
- Relacionar frações equivalentes em situação contextualizada.
- Associar a representação simbólica de uma fração às ideias de parte de um todo e de divisão.
- Relacionar números racionais (representações fracionárias e decimais) positivos a pontos na reta numérica e vice-versa.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a determinação de porcentagens (por exemplo: determinar 10% de 1 000 reais). (10%, 5%, 20%, 25%, 50%, 75% e 100%).

- Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% à décima parte, quarta parte, metade, três quartos etc. em situações cotidianas.
- Comparar e ordenar números na representação decimal usados em diferentes contextos.
- Resolver e elaborar problemas com as quatro operações envolvendo seus diferentes significados, em situações contextualizadas e utilizando o cálculo mental.
- Representar simbolicamente as quatro operações e elaborar problemas em linguagem materna utilizando representações.
- Reconhecer e utilizar a comutatividade e a associatividade da adição na resolução de um problema para facilitar os cálculos (por exemplo: situações de compra em feira em que se compram três ou mais mercadorias).
- Efetuar adição e subtração em linguagem simbólica utilizando diferentes formas de registro.
- Efetuar multiplicação e divisão (de até dois algarismos) em linguagem simbólica utilizando diferentes formas de registro.
- Resolver e elaborar problema contextualizado envolvendo a adição de frações de mesmo denominador.
- Resolver e elaborar problema contextualizado envolvendo a multiplicação de uma fração por um número natural.
- Resolver e elaborar problema de adição ou subtração de números decimais, por meio de cálculo mental em diferentes contextos.
- Resolver e elaborar problema de multiplicação de um número decimal por um número natural, por meio de cálculo mental em diferentes contextos.
- Efetuar adição e subtração com números decimais por meio de estratégias de cálculo mental.
- Explicar, registrar e comparar estratégias utilizadas para resolver problemas.

7. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS – EJA ENSINO FUNDAMENTAL – FASES 3 E 4

Nessa etapa da Educação de Jovens e Adultos, a Matemática se caracteriza pela função estabilizadora, dando continuidade à função reparadora, característica da etapa anterior. Essa estabilidade é obtida pela ampliação e pela consolidação das aprendizagens realizadas anteriormente, em que as ideias matemáticas funcionavam mais como ferramentas para a resolução de situações cotidianas. Nas fases 3 e 4 de EJA, as ideias matemáticas começam a se tornar objetos de aprendizagem em si mesmos, mas sempre a partir das aprendizagens realizadas na etapa anterior. Isso significa que, nessa etapa, o professor precisa ter bastante clareza das aprendizagens já realizadas pelos estudantes. Partir da ideia que eles não realizaram de forma adequada as aprendizagens anteriores, repetindo certos conceitos de forma pouco significativa, pode levá-los ao desinteresse e à desmotivação, bem como, por outro lado, considerar essas aprendizagens como plenamente realizadas pode criar barreiras para que eles atribuam sentido aos novos conceitos, particularmente em relação ao aspecto simbólico da Matemática.

É natural que os estudantes cheguem a essa etapa sem conseguir, ainda, utilizar a linguagem matemática de forma adequada. Isso não significa ausência de aprendizagens, mas, sim, que esse não é o foco da Matemática trabalhada na etapa anterior. Por outro lado, o estudante chega a esse nível de escolarização com uma bagagem considerável de diferentes registros de representação dos conceitos já aprendidos. Cabe então, ao professor, tomar como ponto de partida essa linguagem mais personificada, para o desenvolvimento de uma linguagem matemática mais universal, o que será obtido a partir do momento em que o estudante seja levado a situações que demandem a comunicação de conceitos e ideias matemáticas. Porém, essa passagem será processual, pois não se espera que isso esteja plenamente consolidado mesmo ao fim da quarta fase dessa modalidade.

É nesse momento que surgem, também, questionamentos relativos à utilidade de certos conceitos, ao processo de sua construção etc. A resposta a esses questionamentos não deve ser baseada na ideia de que é preciso aprender determinados assuntos porque um dia eles serão úteis. É preciso que as situações de ensino escolhidas pelo professor consigam fazer com que o estudante elabore significado para todas as suas aprendizagens, o que o levará a assumir a responsabilidade por elas. De forma resumida, podemos dizer que um conceito para o qual o estudante (e o professor) não consegue atribuir significado é, provavelmente, inútil.

É importante relembrar que o desenvolvimento dos conceitos matemáticos somente se torna efetivo na medida em que o estudante é levado a elaborar estratégias para a resolução de problemas. Particularmente no trabalho com EJA, um ensino baseado na memorização sem compreensão ou na sistematização precoce de conceitos leva ao fracasso nas aprendizagens e, consequentemente, à evasão escolar. Nesse trabalho, mais importante que o professor apresentar estratégias e processos, é oferecer oportunidades para que o estudante da EJA possa confrontar suas ideias e estratégias com os outros estudantes e com o professor. Com isso, ele será levado não somente a validá-las ou reformulá-las, mas, principalmente, a tomar consciência daquelas que são mais econômicas.

7.1. GEOMETRIA

A continuação do trabalho com localização no plano e no espaço deve ser aprofundado nessa etapa, em particular, explorando de maneira mais sistemática noções de direção, sentido, ângulo, perpendicularismo etc. A ideia de coordenadas cartesianas pode adquirir sentido para o estudante a partir do trabalho com plantas e mapas. O uso de instrumentos de desenho, inclusive para representar vistas de figuras geométricas, também pode contribuir para que o estudante perceba as propriedades das figuras geométricas.

Essas propriedades, nessa etapa, começam a ser sistematizadas; o estudante deve abandonar a percepção da figura pelo seu aspecto global e começar a reconhecer que as figuras geométricas se caracterizam por suas propriedades. Com isso, ele será capaz de, por exemplo, classificar quadriláteros, diferenciar triângulos etc. As atividades de composição e decomposição de figuras complexas, bastante presentes nas práticas sociais dos estudantes dessa modalidade, a partir de figuras geométricas simples, podem auxiliar tanto na articulação dessas propriedades, como na compreensão dos conceitos relativos às grandezas geométricas.

As atividades de ampliação e de redução de figuras vão permitir consolidar a ideia de semelhança, iniciada na etapa anterior. O estudante já deverá ser capaz de identificar os elementos que não se alteram e aqueles que se modificam, em atividades de ampliação e redução. A consolidação dessas ideias irá permitir, nos últimos anos dessa etapa, a compreensão dos Teoremas de Tales e de Pitágoras, bem como suas aplicações em problemas relacionados ao contexto social do estudante.

FASE 3

- Associar sólidos a suas planificações.
- Associar pares ordenados a pontos no plano cartesiano.

- Classificar polígonos como regulares e não regulares.
- Classificar triângulos quanto às medidas dos lados (escaleno, equilátero e isósceles) e dos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo).
- Compreender as propriedades dos quadriláteros e utilizá-las para classificá-los.
- Determinar, sem uso de fórmula, o número de diagonais de um polígono.
- Diferenciar polígonos e não polígonos e reconhecer polígonos regulares.
- Identificar elementos de prismas e de pirâmides (vértices, arestas e faces).
- Perceber a relação entre ângulos internos e externos de polígonos.
- Perceber que duas figuras são congruentes quando a razão de semelhança entre elas é igual a 1.
- Reconhecer a circunferência como lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de um ponto dado, tomado como centro.
- Reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados.
- Reconhecer ângulos complementares, suplementares e opostos pelo vértice.
- Reconhecer e nomear polígonos considerando o número de lados (triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, octógono etc.).
- Reconhecer polígonos semelhantes.
- Reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180° e utilizar esse conhecimento para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer, em situações de ampliação e redução de figuras planas, a conservação dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes.
- Utilizar a Lei Angular de Tales para determinar a soma das medidas dos ângulos internos de polígonos.

FASE 4

- Associar sólidos a suas planificações.
- Compreender as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
- Compreender, sem uso de fórmula, a relação entre o número de lados de um polígono e a soma dos seus ângulos internos.
- Construir, utilizando instrumentos de desenho (ou *softwares*), retas paralelas, retas perpendiculares e ângulos notáveis (por exemplo: 90º, 60º, 45º, 30º).
- Diferenciar círculo e circunferência e reconhecer seus elementos e as relações entre esses elementos.
- Reconhecer as relações entre as medidas dos ângulos formados pela interseção de duas retas.
- Reconhecer que todo polígono regular é inscritível em uma circunferência.
- Reconhecer as condições necessárias e suficientes para se obter triângulos semelhantes.
- Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Resolver e elaborar problemas utilizando as propriedades da semelhança de figuras planas (por exemplo, envolvendo escalas).
- Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Utilizar as propriedades da semelhança para obter ampliações ou reduções de figuras planas (por exemplo, utilizando malhas).

7.2. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE (TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO)

A competência de formular questionamentos, coletar dados da realidade, organizá-los e elaborar mecanismos de comunicação dos estudantes deve ser ampliada nessa etapa de escolarização. Temas ligados a aspectos sociais do estudante – tais como, preservação do meio ambiente, questões econômicas e do mundo do trabalho e cuidados com a saúde, entre outros – podem contribuir para despertar seu interesse para o trabalho com esse campo da Matemática.

O trabalho com tabelas e gráficos, nessa etapa de escolarização, deve ir além de atividades de leitura e interpretação, sendo ampliado para situações que propiciem ao estudante trabalhar com conjuntos de informações, elaborar conjecturas e destacar aspectos relevantes das informações apresentadas. Em particular, gráficos apresentados pelos meios de comunicação podem, e devem, servir de ponto de partida para questionamentos, principalmente por aspectos que, muitas vezes, manipulam a informação apresentada ao leitor. Para isso, é importante que o estudante da EJA compreenda os aspectos ligados à construção de gráficos, tais como eixos, escalas, títulos etc.

Informações obtidas no ambiente social do estudante devem levar o professor a promover situações que permitam a compreensão de algumas medidas estatísticas, como, por exemplo, média, moda e mediana. A interpretação de termos como frequência, frequência relativa, amostra etc. também pode ser bastante facilitada quando se trabalha com atividades ligadas ao contexto social do estudante. Nesse momento, também pode ser introduzida a ideia intuitiva de dispersão, mas sem o recurso a cálculos desnecessários.

A construção da ideia de probabilidade deve apoiar-se em situações elaboradas de tal forma que o estudante possa experimentar e realizar simulações. Dessa maneira, o estudante poderá estabelecer o modelo matemático que permite determinar a probabilidade de ocorrência de um evento.

FASE 3

- Compreender intuitivamente as ideias de moda e de média aritmética de um conjunto de dados.
- Compreender intuitivamente a noção de variável.
- Classificar as variáveis em quantitativas e qualitativas, a partir das características dos dados.
- Analisar criticamente os dados apresentados em tabelas ou gráficos.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha), inclusive utilizando recursos tecnológicos.
- Identificar o tipo apropriado de gráfico para representar um determinado conjunto de dados.
- Reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, escalas, título, fonte etc.).
- Ler e interpretar dados estatísticos para fazer previsões, inferências e tomar decisões.
- Desenvolver estratégias para selecionar uma amostra.
- Reconhecer situações do cotidiano dos estudantes, nas quais a probabilidade é empregada.

FASE 4

- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores, linha, pontos e histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Reconhecer os elementos de um gráfico de colunas, barras e linha (eixos, escalas, título, fonte etc.);
- Analisar criticamente os dados apresentados em tabelas ou gráficos.

- Usar diferentes técnicas de contagem (diagrama de árvores, permutação, combinação e arranjo, sem uso de fórmulas) para determinar o número de resultados possíveis de um experimento.
- Usar a moda, a média aritmética e a mediana para comparar dois ou mais conjuntos de dados, compreendendo essas medidas como indicadoras da tendência de uma pesquisa.
- Usar a variabilidade para comparar dois ou mais conjuntos de dados.
- Compreender intuitivamente a ideia de dispersão.
- Identificar situações do cotidiano dos estudantes nas quais a probabilidade é empregada.
- Representar a probabilidade de ocorrência de um evento por meio de uma fração ou de uma porcentagem.
- Descrever com precisão a probabilidade de ocorrer um evento usando números ou palavras.
- Determinar intuitivamente os possíveis resultados de um experimento aleatório simples (por exemplo, lançar uma moeda várias vezes e contar as vezes em que aparece "cara" e as vezes em que aparece "coroa").
- Diferenciar eventos determinísticos daqueles em que a incerteza está presente (aleatórios).

7.3. ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Nessa etapa, o trabalho com álgebra deve avançar em relação às representações espontâneas, iniciado na etapa anterior. Com o surgimento das "letras", é importante que o estudante construa a noção de variável e reconheça uma expressão algébrica, como a interpretação de uma relação entre duas grandezas. Isso indica que o trabalho no nível simbólico, com a ênfase na manipulação de "letras", tão comum no ensino regular, deve ser evitado. O estudo das sequências, particularmente as numéricas, iniciado na etapa anterior, pode contribuir para a compreensão do papel dessas “letras”, principalmente em atividades que demandam a explicitação da lei de formação de uma sequência.

As equações de primeiro grau devem aparecer, primeiramente, como ferramenta para a resolução de problemas para cuja solução os procedimentos aritméticos sejam considerados pouco econômicos. Os problemas de partilha de quantidades – problemas estes que deram origem ao campo da álgebra –, podem ser explorados para que o estudante perceba a necessidade de elaborar equações para resolvê-los. Entretanto, é fundamental que o professor apoie esse trabalho nos registros de representação espontâneos, trazidos pelos estudantes. Com isso, gradativamente, eles perceberão a necessidade de uma notação mais formal, com a utilização de letras. As técnicas de resolução de equações não devem ser, também, tomadas como objeto de estudo nessa etapa; é importante que o próprio estudante construa, de maneira informal, essas técnicas a partir da resolução de problemas algébricos.

A ampliação da ideia de generalização, por meio de expressões algébricas, é que vai dar origem a algumas fatorações de expressões algébricas simples. Nesse momento, é imprescindível a articulação das propriedades das operações aritméticas com a geometria e as grandezas geométricas. Por exemplo, o estudante pode identificar a expressão algébrica $(a+b)^2$ com a que fornece a área de um quadrado de lado (a+b). Ressalta-se, mais uma vez, que atividades envolvendo expressões algébricas podem ser vistas como uma ferramenta para a resolução de problemas, e não como um objeto de estudo independente.

No trabalho com as equações de segundo grau, a ideia de fatoração deve ser tomada como ponto de partida, evitando-se a utilização da fórmula de Bhaskara, que será apresentada na etapa posterior de escolarização. Tem-se observado que uma abordagem das equações do segundo grau apenas pela aplicação direta da fórmula de Bhaskara termina por provocar dificuldades posteriores. Os estudantes acabam tomando-a como método único e, quando “esquecem a fórmula”, não são capazes de resolver o problema. Assim, é recomendável que, nessa etapa, os estudantes sejam incentivados a resolver equações de segundo grau utilizando a fatoração e o processo de completar quadrados, os quais, além de serem métodos eficazes, podem dar significado à fórmula de Bhaskara, na etapa seguinte.

O estabelecimento de relações entre grandezas deve ser tomado como ponto de partida para o estudo da noção de função. O aprofundamento dessa noção deve ter sua origem em atividades ligadas a situações do cotidiano do estudante, evitando-se a sistematização precoce. Situações que envolvam a proporcionalidade também podem ser aprofundadas nesta fase. Em particular, a articulação de problemas envolvendo proporcionalidade com o estudo da função linear constitui um tópico relevante.

FASE 3

- Determinar o elemento desconhecido em uma igualdade matemática envolvendo representação simbólica.
- Perceber relação de desigualdades (por exemplo: reconhecer que se 4 é maior que x, então x é menor que 4).
- Associar uma situação descrita em linguagem natural a um gráfico.
- Resolver e elaborar problema de partilha de quantidades com duas ou mais relações fazendo uso das representações simbólicas.
- Adicionar e subtrair monômios de grau unitário (por exemplo: reconhecer que 2x+3x=5x).
- Reconhecer um polinômio como a soma algébrica de monômios e somar e subtrair monômios semelhantes.
- Associar uma situação descrita em linguagem natural a um gráfico, reconhecendo continuidade e domínio de validade

das grandezas envolvidas (por exemplo: reconhecer que a grandeza tempo não pode ter domínio negativo, ou se o gráfico que relaciona o valor a pagar em função do número de cópias tiradas numa copiadora não poder ser representado por uma linha e sim por pontos).

- Resolver e elaborar problemas de partilha e de transformação (por exemplo: dentro de dois anos a minha idade será o dobro da idade que você tinha a dois anos atrás...), fazendo uso das representações simbólicas.
- Estabelecer a técnica da equivalência (metáfora da balança) para resolver equações de primeiro grau do tipo A(x)=B(x), sendo A(x) e B(x) expressões polinomiais.
- Resolver inequações de primeiro grau simples com coeficiente de "x" positivo, reconhecendo a representação do resultado na reta numérica.

FASE 4

- Multiplicar binômios por monômios ou por binômios, com coeficientes inteiros, utilizando a propriedade distributiva.
- Estabelecer relações entre os produtos notáveis e as operações aritméticas (por exemplo: reconhecer que $(10 + 2)^2 = (10^2 + 2 \times 10 \times 2 + 2^2)$ e, portanto, é diferente de $(10^2 + 2^2)$.
- Desenvolver produtos notáveis dos tipos $(x \pm y)^2$, $(x + y) \cdot (x - y)$ e $(x + a) \cdot (x + b)$.
- Relacionar os produtos notáveis aos casos de fatoração $x^2 + 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$, $x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$ e $x^2 + Sx + P = (x + a) \cdot (x + b)$ (com $S = a + b$ e $P = a \cdot b$).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo equações de primeiro grau, fazendo uso das representações simbólicas.
- Estabelecer a técnica da transposição de termos para resolver equações de primeiro grau.
- Compreender as propriedades da invariância das igualdades (multiplicação e divisão dos membros de uma igualdade por um mesmo número e adição e subtração de igualdades).

- Resolver inequações de primeiro grau, reconhecendo a representação do resultado na reta numérica.
- Associar as soluções de duas inequações de primeiro grau a intervalos na reta numérica (por exemplo: reconhecer que se x é maior que 2 e ao mesmo tempo é menor que 5, então o valor de x se encontra no intervalo de 2 a 5).
- Reconhecer que o grau de uma equação determina o número de raízes da equação.
- Resolver equação do segundo grau do tipo $ax^2 + b = c$.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo sistemas de equações de primeiro grau com duas incógnitas pelos métodos da adição, substituição ou comparação, e representar sua solução no plano cartesiano, fazendo uso das representações simbólicas.
- Resolver equações de segundo grau por meio da fatoração de polinômios (por exemplo: $x^2 - 4 = 0$, sendo fatorado em $(x + 2) \cdot (x - 2) = 0$ e tendo como raízes 2 e -2 ou $x^2 + 4x + 4 = 0$ sendo fatorado em $(x + 2)^2 = 0$ e tendo como raiz dupla -2).
- Compreender função como relação entre grandezas, identificando variável dependente e independente e estabelecendo sua representação gráfica.

7.4. GRANDEZAS E MEDIDAS

Nessa fase de escolaridade, a ideia de medição é ampliada, contemplando as medidas relativas a comprimento, área, volume (capacidade), ângulo, tempo, massa e temperatura, sempre em situações que permitam dar significado a essas grandezas. O trabalho baseado exclusivamente em transformações de unidades, sem que o estudante consiga perceber as relações entre elas, deve ser evitado.

A necessidade do emprego de unidades padronizadas de medida deve ser enfatizada por meio de atividades que tenham sentido para o estudante. Outras unidades de medida podem ser ampliadas, como, por exemplo, as unidades agrárias (particularmente aquelas mais próximas do contexto dos alunos), as utilizadas no contexto da informática (Kb, Mb etc.) e aquelas relativas a grandezas determinadas pela razão de duas outras (KWh, velocidade, densidade etc.). No caso da grandeza volume, é desejável que se compreenda capacidade como o volume interno de determinados sólidos e não como a "quantidade de líquido" que cabe em tal recipiente, como muitos são levados a pensar, como consequência do ensino usual.

No trabalho com as grandezas geométricas, a busca de dissociação entre as figuras (triângulo, quadrilátero etc.), as grandezas associadas à figura (perímetro, área, volume etc.) e o número associado à medição dessas grandezas (4, 12, 30 etc.) deve ser amplificada.

Iniciar atividades que relacionem a área de algumas figuras planas com a área do retângulo permite o estabelecimento de expressões algébricas que possibilitem generalizar procedimentos de medidas de áreas a outras figuras, levando, assim, à sistematização de algumas fórmulas (áreas de quadrados, paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos e comprimento da circunferência). É preciso ressaltar, porém, a necessidade de uma forte articulação com a geometria, buscando utilizar as propriedades das figuras planas para generalizar expressões.

FASE 3

- Resolver e elaborar problemas envolvendo as ideias de perímetro e área (sem emprego de fórmulas).
- Reconhecer ângulo como grandeza, identificando o transferidor como instrumento de medição e o grau como unidade.
- Reconhecer que o ângulo reto mede 90 graus.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo unidade de medida de ângulos (graus).

- Compreender que a medida do ângulo não depende do comprimento representado de seus lados.
- Reconhecer as grandezas: comprimento, área, massa, capacidade, volume e temperatura, e selecionar o tipo apropriado de unidade para medir cada grandeza.
- Compreender que perímetro e área são independentes (por exemplo: podemos aumentar a área de uma superfície sem modificar seu perímetro).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de triângulos e retângulos sem utilização de fórmulas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área das faces de prismas retangulares.
- Compreender a noção de equivalência entre áreas de figuras planas, comparando-as por meio da composição e decomposição de figuras.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do perímetro e de área de figuras planas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de triângulos e paralelogramos, sem utilização de fórmulas.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de figuras planas pela composição e/ou decomposição de figuras de áreas conhecidas.
- Conhecer as medidas agrárias e suas relações com o metro quadrado.

FASE 4

- Usar unidades apropriadas para medir grandezas e fazer conversões, dentro de um mesmo sistema, entre unidades de medidas de grandezas.
- Conhecer as medidas agrárias de superfícies e suas relações com o metro quadrado.
- Associar o litro ao decímetro cúbico e reconhecer que 1000 litros correspondem a um metro cúbico.

- Reconhecer as grandezas compostas, determinadas pela razão ou produto de duas outras: velocidade, aceleração, densidade e potência, e selecionar o tipo apropriado de unidade para medir cada grandeza.
- Reconhecer a capacidade de memória do computador como uma grandeza e algumas de suas unidades de medida (por exemplo: *bytes*, *Kilobytes*, *megabytes* e *gigabytes*).
- Compreender que o volume de um prisma pode ser obtido pelo produto da medida da área de sua base pela medida de sua altura.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do volume de prismas.
- Compreender a noção de equivalência entre áreas de figuras planas, comparando áreas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Utilizar instrumentos de medida para realizar medições (régua, escalímetro, transferidor, esquadros, trena, relógio, cronômetro, balança, termômetro etc.).
- Compreender "erro de medição" na utilização de instrumentos de medida.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida da área de triângulos, paralelogramos e trapézios, com ou sem o uso de fórmulas.
- Calcular a medida da área do círculo.
- Utilizar a razão de semelhança para resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida de área e de perímetro de figuras planas semelhantes (exemplo: ao duplicar o lado de um quadrado seu perímetro aumenta na mesma razão, enquanto que sua área aumenta 4 vezes).
- Perceber a relação entre a razão de semelhança entre os lados/arestas homólogos de figuras semelhantes e a razão entre suas áreas e seus volumes (exemplo: ao duplicar a aresta de um cubo a área da face aumenta 4 vezes, enquanto que o volume aumenta 8 vezes).

7.5. NÚMEROS E OPERAÇÕES

O trabalho com os números naturais deve ser visto como a continuação e consolidação das aprendizagens anteriores, principalmente em relação à escrita e à leitura desses números. Nessa etapa, é importante promover atividades em que sejam exploradas a composição e a decomposição de números em sua forma polinomial. Essas atividades podem contribuir para que o estudante da EJA perceba as relações matemáticas presentes nas operações envolvendo cálculo mental que eles utilizam.

Destaca-se que, ainda nessa etapa, o cálculo mental deve ser amplamente explorado na realização das operações aritméticas, sempre de forma que os alunos sejam levados à explicitação de suas estratégias. Além disso, o cálculo mental, associado ao uso da calculadora e à realização de estimativas e de arredondamentos pode contribuir para que o estudante desenvolva a capacidade de análise de resultados obtidos como respostas a problemas.

Os conceitos de múltiplos e divisores de um número natural consolidam-se a partir da compreensão das propriedades desses números. É preciso, porém, que as situações apresentadas pelo professor permitam que essas ideias sejam construídas como respostas a problemas, evitando-se o trabalho baseado exclusivamente na aplicação de técnicas ou dispositivos práticos.

Situações que o estudante encontra em seu contexto social devem ser tomadas como ponto de partida para a apresentação dos números inteiros. Dessa forma, tais números podem ser vistos como necessários para a ampliação dos números naturais. As regras das operações com esses números não devem ser apresentadas prontas e acabadas, mas devem ser construídas com base na observação de regularidades e na aplicação das propriedades dos números naturais. Nessa etapa, recomenda-se que sejam exploradas somente a adição e subtração de inteiros (positivos e negativos), cuja compreensão pode ser facilitada pela contextualização, particularmente em situações envolvendo dinheiro. As regras para a multiplicação e divisão desse tipo de número podem ser deixadas para a etapa posterior.

O conceito de número racional, tanto em sua representação fracionária, como em sua representação decimal, também deve ser ampliado e consolidado, sem que o termo consolidação seja entendido como a memorização de procedimentos de cálculo. Os diferentes significados dos números racionais devem ser aprofundados: parte-todo; quociente entre dois números inteiros; medida; razão e operador. Esta última ideia, que aparece estreitamente associada às operações com os números racionais, deve vir acompanhada de significado que a justifique, como, por exemplo, a compreensão de que a metade de 6 corresponde a $\frac{1}{2} \times 6$. A construção dos procedimentos operatórios com esse tipo de número é uma aprendizagem lenta e que não pode ser finalizada em um tempo bem definido. A equivalência de frações ainda deve ser tomada como elemento principal na aprendizagem das operações com as frações. O mais importante é que o estudante seja capaz de construir significado para essas operações.

A noção de porcentagem tem suas aplicações ampliadas nessa fase do ensino. As atividades propostas pelo professor devem permitir ao estudante não somente realizar cálculos de porcentagens, mas determinar os valores de reajustes e descontos, decidir a melhor forma de pagar uma compra, determinar o percentual total a partir de composição de porcentagens etc.

É nessa etapa de escolaridade que tem início a construção do significado de número irracional, pela insuficiência dos números racionais para resolver determinados problemas de medição abstrata de grandezas no âmbito da Matemática. Os irracionais devem ser vistos como números que não podem ser expressos por um quociente de inteiros. Sabe-se que os radicais de números inteiros são, em geral, números irracionais. Por exemplo, toda raiz quadrada de um número que não é um quadrado perfeito é irracional. No entanto, não é correto induzir o estudante a pensar que esses são os únicos irracionais que ocorrem em Matemática. Muito menos se justifica a excessiva atenção que usualmente é dada ao cálculo com radicais.

A compreensão do significado de cada um dos tipos de números é que vai servir de ponto de partida para a compreensão da ordenação desses números. No caso dos números racionais representados na forma decimal, a relação de ordem "maior do que" (ou "menor do que") tem sido fonte de muita dificuldade na aprendizagem. É comum o estudante afirmar, erroneamente, que 3,15 é maior do que 3,3. Convém observar que atividades com a reta numérica são um recurso importante na abordagem dessas questões.

Atividades que explorem a representação e a contagem, em uma situação de combinatória, devem levar o estudante à construção do conceito de princípio multiplicativo como recurso fundamental, mas não único, na resolução de diversos problemas. É importante lembrar que recorrer a fórmulas e procedimentos automatizados não é indicado no trabalho com as ideias relativas à combinatória. É fundamental que seja propiciada ao estudante a oportunidade de estabelecer estratégias próprias para esse trabalho.

FASE 3

- Reconhecer as principais características do sistema decimal: princípios aditivos e multiplicativos, base e valor posicional.
- Ler, escrever e ordenar números naturais.
- Arredondar números grandes para a centena ou o milhar mais próximo.
- Compreender a magnitude de grandes números (milhar, bilhão etc.).

- Reconhecer a parte decimal de um número (décimo, centésimo, milésimo etc.).
- Arredondar números decimais para a centena ou o milhar mais próxima.
- Associar a representação simbólica de uma fração às ideias de parte de um todo, de divisão e compreender a ideia de razão.
- Identificar e determinar frações equivalentes.
- Compreender a relação entre porcentagens e suas representações decimais e fracionárias.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem.
- Compreender as características dos números naturais e suas relações, por exemplo, par, ímpar, múltiplo, divisor etc.
- Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações, utilizando procedimentos próprios.
- Resolver e elaborar problemas com números racionais, nas formas fracionária ou decimal, envolvendo diferentes significados das operações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de adições e subtrações de números decimais.
- Resolver problemas envolvendo proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas (exemplo: situações envolvendo velocidade e tempo, produção e dinheiro).
- Compreender o significado da potenciação (com expoente inteiro e positivo) como produto reiterado de fatores iguais.
- Compreender o conceito de fração associado à representação da parte de um todo, da divisão entre números inteiros, de razão e de operador.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo adição e subtração de números inteiros (positivos e negativos).
- Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum, sem o recurso ao algoritmo.

- Resolver e elaborar problemas de estrutura aditiva e/ou multiplicativa com números racionais envolvendo seus diferentes significados, incluindo a potenciação com expoente inteiro positivo, utilizando cálculo mental.

FASE 4

- Compreender e utilizar as propriedades da potenciação (potências de mesma base com expoente inteiro).
- Reconhecer o intervalo na reta numérica que contenha um número irracional dado.
- Efetuar operações de multiplicação de frações.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas envolvendo escalas (por exemplo: a elaboração da planta baixa da sala de aula), divisão em partes proporcionais e taxa de variação.
- Reconhecer a representação de um número em notação científica, compreendendo a magnitude desse tipo de número.
- Decompor um número em fatores primos ou não primos.
- Resolver e elaborar problemas com expressões aritméticas que envolvam várias operações, incluindo radiciação e potenciação (respeitando a ordem das operações) e sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves).
- Compreender a relação entre as operações inversas (por exemplo, evidenciar que multiplicar um número por $\frac{1}{2}$ é o mesmo que dividi-lo por 2; somar -3 a um número é o mesmo que subtrair 3 deste número).
- Resolver e elaborar problemas que envolvem diferentes operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação).
- Comparar números em notação científica.
- Resolver e elaborar problemas de contagem que envolvam o princípio multiplicativo, por meio de registros variados

(diagrama de árvore, tabelas e esquemas), sem o uso de fórmulas.

- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo a ideia de juros simples e determinação de taxa percentual.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo números em notação científica.
- Comparar e ordenar números reais.
- Associar números reais a pontos da reta numérica.
- Relacionar o valor posicional, característica do sistema de numeração decimal, com os cálculos envolvendo o sistema métrico e notação científica.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum, sem o recurso ao algoritmo.
- Compreender e efetuar cálculos com potências cujos expoentes são inteiros negativos.
- Calcular porcentagem, incluindo a ideia de juros simples e compostos e determinação de taxa percentual, relacionando representação percentual e decimal (por exemplo, entender que multiplicar por 1,20 corresponde a um aumento de 20% e multiplicar por 0,70 corresponde a um desconto de 30%).

8. EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS – EJA ENSINO MÉDIO

Da mesma forma que no Ensino Médio regular, essa etapa de escolarização caracteriza-se como última e complementar etapa da educação básica e deve visar tanto àqueles que vão encerrar sua escolaridade, como aos que ainda se dirigirão a fases posteriores de formação escolar. Por isso, essa etapa é vista com a função de qualificadora; nessa etapa, devem ser oferecidas condições para que o estudante possa complementar e consolidar as aprendizagens realizadas anteriormente e desenvolver suas capacidades e competências. Isso implica, também, abandonar um ensino livresco ou utilitarista da Matemática, para adotar um ensino com significado para o estudante e articulado com outros campos do saber.

Dessa forma, as atenções do professor, tanto na escolha dos temas a serem ensinados como em seu trabalho em sala de aula, devem voltar-se para as questões da contextualização e da interdisciplinaridade. Em outras palavras, as escolhas do professor devem priorizar conceitos e procedimentos que permitam as conexões entre diversas ideias matemáticas, diferentes formas de pensamento matemático e vários campos do conhecimento. Importa, também, favorecer a compreensão da relevância social da Matemática e do seu papel no desenvolvimento histórico da Ciência.

Pode-se dizer, nessa perspectiva, que a palavra-chave da Matemática, nessa etapa de escolaridade, seria "conexões";

conexões tanto com outras áreas do conhecimento e aplicações sociais, como também com outros campos da própria Matemática. Um ponto de vista muito defendido na comunidade educacional indica que um dos meios de levar o estudante a estabelecer essas conexões é trabalhar, simultaneamente, as ideias matemáticas em diferentes quadros (numérico, algébrico, funcional, geométrico, gráfico etc.). Por exemplo, o estudo das funções, bastante importante para a compreensão das ideias matemáticas, pode ter suas potencialidades ampliadas se houver uma articulação com a álgebra e a geometria.

8.1. GEOMETRIA

As atividades que requerem a representação das diferentes figuras planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, devem ser aprofundadas e sistematizadas. Não se pode esquecer que a geometria aparece como um campo privilegiado (apesar de não ser o único) para exercitar as interrelações entre o método lógico-dedutivo e o raciocínio intuitivo apoiado nas representações materiais dos objetos abstratos da geometria.

Alguns conceitos estudados anteriormente devem ser consolidados, como, por exemplo, as ideias de proporcionalidade, congruência e semelhança, o Teorema de Tales e suas aplicações, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras.

As construções com régua e compasso também aparecem como elemento importante no desenvolvimento do pensamento geométrico e do raciocínio dedutivo, desde que não se resumam a uma sequência mecânica de procedimentos de construção, sem que as propriedades inerentes às construções sejam colocadas em evidência. Por exemplo, é importante que os estudantes saibam as propriedades necessárias à construção de retas perpendiculares e paralelas, mediatriz de segmentos divisão de segmentos, em partes proporcionais, bisseção de ângulos, polígonos regulares (inscritos e circunscritos) e triângulos quaisquer (com a determinação de seus elementos).

O trabalho com a geometria analítica, além de proporcionar o desenvolvimento das habilidades de visualização, permite a articulação da geometria com o campo da álgebra. Porém, para que essas características apresentem significado para o estudante, o trabalho nessa área não deve ser resumido à simples manipulação simbólica. Os significados geométricos de coeficientes de equações (da reta e da circunferência), de retas paralelas, perpendiculares, tangentes e secantes, podem contribuir bastante para a compreensão das relações entre a geometria e a álgebra. É importante também que o tema não fique restrito a determinado momento, mas seja desenvolvido durante toda essa etapa de escolaridade. Assim, as articulações da geometria analítica com outras áreas da Matemática escolar podem ser exploradas de forma proveitosa. Por exemplo, as ideias como crescimento, decrescimento, taxa de variação de uma função, inclinação de um gráfico, entre outras, podem ser relacionadas com o estudo das diferentes funções.

Este é um bom momento também para retomar os sistemas de equações, como representações analíticas de intersecções de figuras geométricas. As técnicas de resolução de sistemas de até três equações podem ser exploradas (escalonamento), sem que seja necessário o recurso a determinantes, que podem ser dispensados.

MÓDULO 1

- Associar sólidos as suas planificações.
- Determinar a medida de ângulos de polígonos regulares inscritos na circunferência.

- Compreender e aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas.
- Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos poliedros (prismas, pirâmides, tronco de pirâmide, poliedros regulares, poliedros de Platão e relação de Euler).
- Reconhecer, classificar e identificar propriedades dos corpos redondos (cilindro, cone, tronco de cone e esfera).
- Associar pontos representados no plano cartesiano a suas coordenadas.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) as suas representações geométricas e vice-versa.

MÓDULO 2

- Compreender e aplicar o Teorema de Tales para resolver e elaborar problemas.
- Reconhecer posições relativas entre duas retas, entre dois planos, e entre retas e planos.
- Classificar figuras poligonais representadas no plano cartesiano por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) as suas representações geométricas e vice-versa.

MÓDULO 3

- Classificar figuras poligonais representadas no plano cartesiano por meio das coordenadas de seus vértices.
- Resolver problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano.
- Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica.
- Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.
- Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
- Associar a equação de uma circunferência a sua representação no plano cartesiano.

8.2. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE (TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO)

Nessa etapa de escolarização, o trabalho com tabelas e gráficos deve promover no estudante a capacidade de análise, e instrumentalizá-lo para a tomada de decisões. A produção rápida e excessiva de informações na sociedade atual requer um eficiente pensamento analítico para compreender pesquisas de opinião, índices econômicos, doenças, problemas ambientais etc.

Situações em que o estudante precise tomar certas decisões em sua vida cotidiana podem ser trazidas para a discussão de algumas medidas estatísticas, como, por exemplo, medidas de tendência central (média, mediana e moda) e de dispersão (desvio-médio, desvio-padrão e variância). A interpretação de termos como frequência, frequência relativa, amostra, espaço amostral etc. também pode ser consolidada.

A ideia de probabilidade deve ser ampliada e consolidada durante essa etapa, de forma que o estudante, no último módulo, seja capaz de estabelecer o modelo matemático que permite determinar a probabilidade de ocorrência de um evento. O conceito pode ser, também, ampliado para situações em que seja necessário identificar a probabilidade da união e da interseção de eventos, os eventos disjuntos e o conceito de independência de eventos.

MÓDULO 1

- Identificar diferentes tipos de amostras.
- Selecionar a amostra adequada para uma determinada pesquisa.
- Compreender o significado dos termos frequência absoluta e frequência relativa.
- Determinar frequências relativas e acumuladas de dados agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda e mediana) para um conjunto de dados numéricos não agrupados.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento, explorando representações diversas.
- Determinar a probabilidade da união de dois eventos, explorando representações diversas.

MÓDULO 2

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão) para um conjunto de dados numéricos não agrupados.
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.

- Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento.
- Determinar a probabilidade da união de dois eventos.

MÓDULO 3

- Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
- Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.
- Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda, mediana) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados.
- Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados;
- Determinar a probabilidade da união ou da intersecção de eventos.

8.3. ÁLGEBRA E FUNÇÕES

As funções têm um papel central na formação do pensamento matemático, principalmente por seu papel de modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas em fenômenos do mundo natural ou social. Este aspecto das funções deve ser priorizado, em lugar de uma abordagem essencialmente simbólica e de difícil compreensão por parte dos alunos. Em particular, a definição de função baseada na ideia de produto cartesiano de dois conjuntos aparece como bastante desaconselhável, tanto do ponto de vista matemático, como do ponto de vista didático.

Estudos têm demonstrado que uma abordagem de funções na perspectiva da modelagem de fenômenos reais proporciona uma aprendizagem consistente e duradoura, permitindo a aplicação desses conceitos a outras áreas do conhecimento. Os conceitos de domínio e de imagem podem ser gradualmente construídos, desde que em situações significativas para o estudante e sem excessos de simbologia. Os conceitos de crescimento e decrescimento, e, em particular, o de taxa de variação de uma função merecem uma atenção especial, pela sua importância no estudo das funções como modelos matemáticos para os fenômenos em que ocorrem relações entre grandezas variáveis.

A ligação entre a proporcionalidade e a função linear é um bom exemplo de conexão a ser retomado na presente etapa. A função afim e as funções a ela associadas são, também, tópicos relevantes. Além disso, trabalhar as sequências numéricas de um ponto de vista funcional tem sido bastante defendido. Em particular, as progressões aritméticas podem ser relacionadas à função afim. A articulação com a geometria analítica, neste momento, pode permitir um passo importante na direção de desenvolver o pensamento funcional. Essa conexão pode permitir a compreensão das relações entre as resoluções gráfica e algébrica de sistemas de equações do primeiro grau, evitando-se, todavia, a excessiva manipulação simbólico-algébrica, normalmente privilegiada nesta etapa do ensino regular.

O estudo da função quadrática aparece como tema privilegiado para o estabelecimento de relações com o estudo da equação do segundo grau, realizado anteriormente. Na presente etapa, é importante recuperar as aprendizagens realizadas anteriormente, destacando-se a resolução de equações do segundo grau pela técnica de completar quadrados, que tem sido abandonada, em troca da aplicação mecânica da fórmula de Bhaskara. As características da parábola, e sua relação com a função quadrática, devem ser exploradas, o que pode evitar, por parte do estudante, a confusão entre "parábola" e outras curvas que são gráficos de funções não lineares. O estudo da função quadrática pode, por exemplo, ser explorado como modelo para o movimento uniformemente acelerado. A ênfase nas equações e inequações do segundo grau deve, neste nível de ensino, ser eliminada.

A função exponencial aparece como de fundamental importância no conhecimento científico, particularmente dentro da própria Matemática. Seu estudo articula-se bem com as progressões geométricas e com a Matemática financeira. Devem ser priorizadas as características da função exponencial, seus parâmetros, seu crescimento e decrescimento, abandonando-se a abordagem puramente algébrica, por meio de equações e inequações.

O conceito de logaritmo de um número como elemento facilitador da realização de cálculos numéricos perdeu, há bastante tempo, sua importância, principalmente com o aparecimento e a popularização das calculadoras. Por isso, não é recomendável a sua exploração nessa etapa da Educação de Jovens e Adultos.

As funções trigonométricas podem ocupar o lugar central como modelos matemáticos para os fenômenos periódicos. Resulta dessa perspectiva que as funções seno e cosseno, com suas propriedades fundamentais, devem ser privilegiadas no ensino, pois, com base nelas, é possível construir, gradualmente e com compreensão, modelos simples para muitos fenômenos periódicos. Resulta, também, que o excessivo trabalho algébrico com identidades trigonométricas perde o sentido. Em contrapartida, relações trigonométricas, em particular, as leis dos senos e dos cossenos, podem ser revisitadas, visando à resolução de problemas, com contextos retirados da prática social dos alunos, em triângulos quaisquer.

MÓDULO 1

- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade (por exemplo: reconhecer que a grandeza tempo não pode ter domínio negativo).
- Identificar crescimento e decrescimento pela análise de gráficos de situações realísticas.
- Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social, representando-a graficamente e algebricamente.
- Reconhecer a relação entre a proporcionalidade direta e a função linear.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função afim.
- Resolver e elaborar problema envolvendo função afim.
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento linear a uma função de domínio discreto.
- Reconhecer o zero, o coeficiente linear e o coeficiente angular de uma função afim no plano cartesiano.
- Associar duas retas no plano cartesiano à representação de um sistema de duas equações de primeiro grau e duas incógnitas.

MÓDULO 2

- Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações de segundo grau.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função quadrática, associando a curva a uma parábola.
- Reconhecer, na representação gráfica da função do segundo grau, elementos como zeros, intersecção com o eixo das ordenadas, eixo de simetria, concavidade e pontos de máximo/mínimo.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função exponencial, associando-a ao seu padrão de crescimento.

- Diferenciar o modelo de crescimento/decrescimento da função exponencial em relação às funções lineares e quadráticas.
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento exponencial a uma função de domínio discreto.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade de funções lineares, quadráticas e exponenciais.
- Associar a região do plano cartesiano à solução de um sistema de duas inequações de primeiro grau e duas incógnitas.
- Resolver sistemas de até três equações de primeiro grau e três incógnitas por escalonamento.
- Reconhecer a função de segundo grau como um modelo para o movimento uniformemente variado.
- Construir e/ou analisar gráficos associados a uma situação do mundo natural ou social.
- Reconhecer as transformações sofridas pelos gráficos das funções lineares, quadráticas e exponenciais em função da variação dos parâmetros, preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
- Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração, pelo método de completar quadrados ou utilizando a fórmula de Bhaskara.

MÓDULO 3

- Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função seno.
- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função seno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica. Por exemplo, utilizando um *software*, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão $y = sen(ax)$.
- Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função cosseno.

- Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função cosseno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica. Por exemplo, utilizando um *software*, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão y = cos(ax).
- Reconhecer as funções trigonométricas como modelos para o movimento circular.

8.4. GRANDEZAS E MEDIDAS

O trabalho do estudante em outras disciplinas como a Física e a Química, por exemplo, pode servir como motivação para a consolidação da ideia de grandeza, particularmente aquelas formadas por relações entre outras grandezas (densidade, aceleração etc.).

Em relação às grandezas geométricas, as atividades propostas deverão proporcionar a consolidação dos conceitos aprendidos nas etapas anteriores. O estudante já deve reunir as condições necessárias para a compreensão de demonstrações mais elaboradas, que conduzam a fórmulas para o cálculo da medida de áreas e de volumes de algumas figuras geométricas.

MÓDULO 1

- Compreender a ideia de grandeza, inclusive grandezas formadas por relações entre outras grandezas (densidade, aceleração etc.) e resolver e elaborar problemas envolvendo essas ideias.
- Reconhecer as relações de dependência e de independência entre a figura geométrica (segmentos, linhas, figuras planas, sólidos etc.), a grandeza associada (comprimento, área e volume) e a medida dessa grandeza (número real).
- Mobilizar conceitos e propriedades para estabelecer as fórmulas para determinação da medida da área e do volume de figuras geométricas e utilizá-las na resolução e elaboração de problemas.

MÓDULO 2

- Calcular a medida da área do círculo, de setores circulares e coroas, relacionando-a com ângulo central e o comprimento do raio.
- Calcular a medida do perímetro e a medida da área de figuras planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.

MÓDULO 3

- Compreender o princípio de Cavalieri e utilizá-lo para estabelecer as fórmulas para o cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide e cone).
- Resolver e elaborar problemas de cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide e cone).

8.5. NÚMEROS E OPERAÇÕES

Nesta etapa da escolaridade, é preciso proporcionar aos estudantes o conhecimento da diversidade de problemas geradores da ampliação dos campos numéricos e o domínio dos conceitos básicos relativos a tais números, considerando sua perspectiva histórica. A consolidação dos conceitos de número irracional e de reta numérica, apoiada nas ideias já iniciadas nas etapas anteriores, constitui um objetivo importante a ser atingido. Os números complexos não devem ser objeto de estudo na Educação de Jovens e Adultos. As propriedades dos números e de suas operações devem ser priorizadas neste nível de ensino, evitando-se a excessiva formalização e a utilização, muitas vezes artificial, da linguagem e da notação da teoria dos conjuntos.

A noção de porcentagem aparece em inúmeras aplicações e as atividades propostas pelo professor podem resgatar as experiências e os conhecimentos das práticas sociais dos estudantes, particularmente aquelas ligadas ao trabalho com as finanças e as situações de caráter da economia.

Em relação à combinatória, algumas noções devem ser consolidadas, como, por exemplo, o princípio multiplicativo, a divisão como um processo de redução de agrupamentos repetidos etc. Entretanto, as atividades propostas pelo professor devem ser elaboradas de forma que o estudante possa ampliar cada vez mais as estratégias básicas de contagem, evitando-se o ensino restrito a uma extensa lista de fórmulas que não apresentem significado para ele.

MÓDULO 1

- Reconhecer características dos diferentes números, operações e suas propriedades, e a necessidade de ampliação dos conjuntos numéricos.
- Compreender o conjunto dos números reais como a união entre os irracionais com os racionais.
- Compreender as diferentes representações de um mesmo número real (fração, radical, potência etc.), inclusive associando-os a pontos na reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo as ideias de juros simples e compostos e a determinação de taxa percentual, relacionando representação percentual e decimal (por exemplo, entender que multiplicar por 1,20 corresponde a um aumento de 20%; multiplicar por 2,40 equivale a um aumento de 140%; multiplicar por 0,70 corresponde a um desconto de 30% etc.).
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas com escalas e taxa de variação.
- Resolver e elaborar problemas de contagem, envolvendo as ideias de permutação, combinação e arranjo, usando estratégias diversas, sem uso de fórmulas.

MÓDULO 2

- Compreender características dos diferentes números, operações e suas propriedades, bem como sua organização em conjuntos numéricos.
- Compreender as diferentes representações de um mesmo número real, inclusive associando-os a pontos na reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo cálculo de acréscimos e decréscimos, determinação de taxa percentual e juros compostos.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas com escalas e taxa de variação.
- Resolver e elaborar problemas de contagem, envolvendo as ideias de permutação, combinação e arranjo, usando estratégias diversas, sem uso de fórmulas.

MÓDULO 3

- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo cálculo de acréscimos e decréscimos, determinação de taxa percentual e juros compostos.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade entre mais de duas grandezas, incluindo problemas com escalas e taxa de variação.
- Resolver e elaborar problemas de contagem, envolvendo as ideias de permutação, combinação e arranjo, usando estratégias diversas, sem uso de fórmulas.

9. REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino e aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BARUK, S. **L'âge du capitaine**. Paris: Seuil, 1985.

CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens**. Trad. de José Garcez Palha. Lisboa: Cotovia, 1990.

CÂMARA, M. O professor e o tempo. **Revista Tópicos Educacionais**, vol.15 n. 1/2, Recife: UFPE, 1997.

______. Um exemplo de situação-problema: o problema do bilhar. **Revista do Professor de Matemática**, n. 50. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

FRANCO, C.; SZTAJN, P.; ORTIGÃO, M. I. R. Mathematics teachers, reform and equity: results from the Brazilian national assessment. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 38, n. 4, p. 393 – 419, jul. 2007.

FRANCO, C.; ORTIGÃO, I.; ALBERNAZ, A.; BONAMINO, A.; AGUIAR, G.; ALVES, F.; SÁTIRO, N. Eficácia escolar em Brasil: Investigando prácticas y políticas escolares moderadoras de desigualdades educacionales. In: CUETO, S. (Org.) **Educación y brechas de equidad em América Latina**, Tomo I, Santiago, Chile: Fondo de Investigaciones Educativas/PREAL, p. 223-249. 2007.

HERNÁNDEZ, F. & VENTURA, M. **A organização do currículo por projetos de trabalho**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens – O jogo como elemento da cultura**. Trad. de João Paulo Monteiro, São Paulo: Perspectiva, 1993.

MEDEIROS, Kátia M. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. **Educação matemática em revista**, n. 11. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, 2001.

PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática: da organização linear à ideia de rede**. São Paulo: FTD, 2000.

SELVA, A.C.V. e BORBA, R.E.S. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SILVA, A.F. e KODAMA, L.M.Y. 2004. **Jogos no ensino da Matemática**. Trabalho apresentado na II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Salvador: Universidade Federal da Bahia, 25 a 29 de outubro de 2004.

10. COLABORADORES

Contribuíram significativamente para a elaboração dos Parâmetros Curriculares de Matemática EJA os professores, monitores e representantes das Gerências Regionais de Educação listados a seguir, merecedores de grande reconhecimento.

PROFESSORES:

Abidoral Alves Pereira
Adalberto Gomes de Araujo
Adeilson Galvao Monteiro
Adenilma Neri Almeida de Siqueira
Agenor Luiz Ribeiro Coutinho Berardo Carneiro da Cunha
Amilton da Silva
Ana Lucia Cecilia da Silva
Anderson Alencastro Almeida de Melo
Andre Ricardo Oliveira Dos Santos
Andrezza Luna de Miranda
Antonio Jose Cavalcanti de Albuquerque
Argemiro Pinto Dos Santos Neto
Aryane Farah de Meneses Batista Cavalcanti
Bernardete Caze
Cacilene Rodolfo de Andrade
Celia Maria de Menezes
Cleber James Araujo
Clelia Gomes da Costa
Clodoaldo Queiroz Alves de Lima
Cristiane Leal Martins Reboucas
Dario Lima de Souza Sobrinho
Delma Novaes Goiana
Diogenes Tavares Pessoa
Dorian Campos de Santana
Drayton Jose da Costa
Edalcycleia Joseane Pereira Santiago
Edilson Ferreira da Costa
Edinalva Maria do Nascimento
Ediva de Lima
Edivania Arcanjo do Nascimento
Edjane Maria da Silva
Ednaldo Joaquim da Silva
Edson Binga da Rocha
Elaide Francisca de Assis
Eliane Denise da Silva Santos
Elineide de Arruda Carvalho
Elizabete Barbosa Andrade
Ethienne Maria Vieira de Moura
Evania Goncalves Patriota
Fabio Jose Dos Santos
Francisco de Assis Rodrigues da Silva
Francisco Jose Agra Dos Reis
Geovanilde Limeira Delgado
Gerson Apolinario da Silva
Geruza Vicente da Silva
Gilvani Marques Pereira
Givaldo da Silva Costa
Givaneide Nogueira de Souza Lima
Gleidson Bezerra Marinho
Gracilda Magalhaes de Souza
Iraneide de Sa e Silva Sousa
Isabel Maria Barbosa de Mendonca
Joao Evangelista Fernandes Calixto
Joao Evangelista Freire Barbosa
Joao Paulo Batista de Santana
Jose Amilton Angelo
Jose Arlindo da Silva
Jose Barbosa da Silva Filho
Jose Carlos Soares Junior
Jose Edivan Braz Santana
Jose Isnaldo da Silva
Jose Temoteo Cavalcante
Jose Wagner Gomes Bezerra
Joseane Mirtis de Queiroz Pinheiro
Joselania Maria Pereira de Souza
Joseleide da Silva Damascena
Joseni Cavalcante da Silva
Josevaldo Gomes Duarte
Josias Alves Diniz
Josilene Maria da Silva Goncalves
Julieta Maria Dos Santos
Jusseidy Lins de Melo
Katia Bruna Alves Feitoza Cardoso

Os nomes listados nestas páginas não apresentam sinais diacríticos, como cedilha e acentuação gráfica, porque foram digitados em sistema informatizado cuja base de dados não contempla tais sinais.

Laercio Severino da Silva
Lucia Maria Teles Coutinho Silva
Luciene Nunes Nascimento
Lucineide Marinho Bezerra
Mara Beatriz Siqueira de Macedo
Marcia Gomes Pinto
Marcilene Maria de Lira
Marcilio Flavio de Oliveira Melo
Marcus Vinicius da Silva
Maria Agarista Alves Barboza
Maria Claudia de Queiroz Dantas
Maria da Conceicao da Silva
Maria de Fatima Gomes Aragao
Maria de Lourdes Souza Lima
Maria do Socorro da Silva Ferreira
Maria Isabel Pessoa da Silva
Maria Jose Gomes de Souza
Maria Jose Tavares de Melo
Maria Lais de Carvalho Oliveira
Maria Myllena Soledade Vera Cruz da Silva
Marilene Maria de Albuquerque
Mariluce Maria da Silva
Marta Maria Bruno Alves Fernandes
Michelle Fabiana Vieira de Melo
Myrtes Maria Wanderley de Barros Arcoverde
Nadia Cristina Assuncao Campos
Odemir Jose da Silva
Osvaldo de Albuquerque Neto
Rilma Leda Macario
Rodion Mazinovsky de Oliveira Gomes
Rogeria Moreira Barbosa
Rosangela Saboya Paes Barretto
Rosicleide Pinto de Mendonca Dias
Rozilda de Carvalho Souza
Rubervania Aparecida Freire Gomes
Samara Mendes Gomes
Sergio Francisco de Oliveira
Silvio Tavares de Lucena
Solange Carlos de Oliveira Nogueira
Suetone Alencar Parente Filho
Tiago Luiz Borges da Silva
Valdeneide Pereira Alves Torres
Vania Ralph da Cunha
Vanuza Alves Anterio

MONITORES:

Adalva Maria Nascimento Silva de Almeida
Adeilda Moura de Araujo Barbosa Vieira
Adriano Sobral da Silva
Ana Lucia Oliveira
Ana Paula Bezerra da Silva
Andreza Pereira da Silva
Andrezza Pessoa Affonso Ferreira Correia
Angela Chrystiane Oliveira Fernandes
Betania Pinto da Silva
Carlos George Costa da Silva
Celita Vieira Rocha
Cicera Roseana Alves Falcao
Clara Maria de Lima Costa
Claudia Costa Dos Santos
Claudines de Carvalho Mendes
Cleiton de Almeida Silva
Cristiane Marcia Das Chagas
Daniella Cavalcante Silva
Debora Maria de Oliveira
Deborah Gwendolyne Callender Franca
Diana Lucia Pereira de Lira
Diego Santos Marinho
Dulcineia Alves Ribeiro Tavares
Emmanuelle Amaral Marques
Genecy Ramos de Brito e Lima
Gilmar Herculano da Silva
Gilvany Rodrigues Marques
Isa Coelho Pereira
Ivan Alexandrino Alves
Ivone Soares Leandro de Carvalho
Jadilson Ramos de Almeida
Jeane de Santana Tenorio Lima
Joana Santos Pereira
Joice Nascimento da Hora
Jose Joaldo Pereira Silva
Jose Pereira de Assis Filho
Joselma Pereira Canejo
Kacilandia Cesario Gomes Pedroza
Kennya de Lima Almeida
Leci Maria de Souza
Leila Regina Siqueira de Oliveira Branco
Lucia de Fatima Barbosa da Silva
Luciana da Nobrega Mangabeira
Luciano Franca de Lima
Luciara Siqueira de Queiroz
Lusinete Alves da Silva
Lyedja Symea Ferreira Barros
Magaly Morgana Ferreira de Melo
Manuela Maria de Goes Barreto
Maria do Socorro de Espindola Goncalves
Maria do Socorro Santos
Maria Elianete Dos Santos Lima
Maria Gildete Dos Santos
Maria Jose do Nascimento
Maria Jose Silva
Maria Joseilda da Silva
Maria Neuma da Ponte Almeida
Maria Valeria Sabino Rodrigues
Marinalva Ferreira de Lima
Marineis Maria de Moura
Mary Angela Carvalho Coelho
Monica Dias do Nascimento
Monica Maria de Araujo Batista
Randyson Fernando de Souza Freire
Rejane Maria Guimaraes de Farias
Roberto Carlos Novais de Carvalho
Rosa Maria de Souza Leal Santos
Silvana Angelina Farias de Lima
Silvia Karla de Souza Silva
Sueli Domingos da Silva Soares
Suely Maris Saldanha
Vanessa de Fatima Silva Moura
Veronica Rejane Lima Teixeira
Zelia Almeida da Silva

REPRESENTANTES DAS GERÊNCIAS REGIONAIS DE EDUCAÇÃO:

Soraya Monica de Omena Silva................................**Agreste Centro Norte (Caruaru)**
Adelma Elias da Silva...**Agreste Meridional (Garanhuns)**
Ana Maria Ferreira da Silva ....**Litoral Sul (Barreiros)**
Auzenita Maria de Souza ....**Mata Centro (Vitória)**
Edson Wander Apolinario do Nascimento ....**Mata Norte (Nazaré da Mata)**
Maria do Rosario Alves Barbosa ....**Mata Sul (Palmares)**
Cristiane Rodrigues de Abreu......................................**Metropolitana Norte**
Mizia Batista de Lima Silveira.......................................**Metropolitana Sul**
Rosa Maria Aires de Aguiar Oliveira ....**Recife Norte**
Elizabeth Braz Lemos Farias ....**Recife Sul**
Maria Solani Pereira de Carvalho Pessoa.................**Sertão Central (Salgueiro)**
Jackson do Amaral Alves ....**Sertão do Alto Pajeú (Afogados da Ingazeira)**
Maria Cleide Gualter A Arraes ....**Sertão do Araripe (Araripina)**
Maria Aurea Sampaio...**Sertão do Moxotó Ipanema (Arcoverde)**
Silma Diniz Bezerra ....**Sertão do Submédio São Francisco (Floresta)**
Maria Aparecida Alves da Silva ....**Sertão do Médio São Francisco (Petrolina)**
Edjane Ribeiro Dos Santos...**Vale do Capibaribe (Limoeiro)**

CAEd ufjf